

בגרויות מתמטיקה - 582 - תשובות סופיות

- 18 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ב _____ 216
- 19 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ג _____ 218
- 20 - סתו תשע"ה - 2014 - מועד ד _____ 221
- 21 - חורף תשע"ה - 2015 _____ 224
- 22 - קיץ תשע"ה - 2015 - מועד א _____ 226
- 23 - קיץ תשע"ה - 2015 - מועד ב _____ 229
- 24 - חורף תשע"ו - 2016 _____ 232
- 25 - קיץ תשע"ו - 2016 - מועד א _____ 235
- 26 - קיץ תשע"ו - 2016 - מועד ב _____ 238
- 27 - חורף תשע"ז - 2017 _____ 241
- 28 - קיץ תשע"ז - 2017 - מועד א _____ 244
- 29 - קיץ תשע"ז - 2017 - מועד ב _____ 248
- 30 - חורף תשע"ח - 2018 _____ 251
- 31 - קיץ תשע"ח - 2018 - מועד א _____ 254
- 32 - קיץ תשע"ח - 2018 - מועד ב _____ 257
- 33 - חורף תשע"ט - 2019 _____ 260
- 34 - קיץ תשע"ט - 2019 - מועד א _____ 264
- 35 - קיץ תשע"ט - 2019 - מועד ב _____ 268
- 271 _____ דוגמאות - משרד החינוך
- 36 - חורף תש"פ - 2020 _____ 276
- 37 - קיץ תש"פ - 2020 - מועד א _____ 279
- 38 - קיץ תש"פ - 2020 - מועד ב _____ 282
- 39 - חורף תשפ"א - 2021 _____ 285
- 40 - חורף תשפ"א - 2021 - נבצרים _____ 288
- 41 - חורף תשפ"א - 2021 - מאוחר _____ 291
- 42 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד א _____ 294
- 43 - קיץ תשפ"א - 2021 - מיוחד _____ 297
- 44 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד ב _____ 300
- 45 - חורף תשפ"ב - 2022 _____ 303
- 46 - חורף תשפ"ב - 2022 - נבצרים _____ 306
- 47 - קיץ תשפ"ב - 2022 - מועד א _____ 309
- 48 - קיץ תשפ"ב - 2022 - מועד ב _____ 313
- 49 - חורף תשפ"ג - 2023 _____ 317
- 50 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד א _____ 321
- 51 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד מיוחד _____ 324
- 52 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד ב _____ 329
- 333 _____ תשובות - ציורי גרפים
- 341 _____ סיווג שאלות המבחנים לפני נושא
- 350 _____ נוסחאון הבגרות לחמש יחידות
- גידול ודעיכה _____ 1
- גאומטריה אנליטית _____
- ישר _____ 8
- חלוקת קטע ביחס נתון _____ 12
- מרחק בין נקודה וישר _____
- ובין ישרים מקבילים _____ 14
- מעגל _____ 17
- אליפסה _____ 22
- פרבולה _____ 24
- מקומות גאומטריים _____ 29
- מספרים מרוכבים _____ 40
- וקטורים - וקטור גאומטרי _____ 52
- וקטור אלגברי _____ 71
- טריגונומטריה במרחב _____ 89
- חשבון דיפרנציאלי _____
- פונקציות מעריכיות _____ 121
- פונקציות לוגריתמיות _____ 135
- חשבון אינטגרלי _____
- פונקציות מעריכיות _____ 151
- פונקציות עם שורש ריבועי _____ 160
- פונקציות שפתרון לוגריתמי _____ 166
- נפח גוף סיבוב _____ 172
- בגרויות:** מננה מבחן הנגרות _____ 173
- 1 - קיץ ס"ט - 2009 , מועד א _____ 174
- 2 - קיץ ס"ט - 2009 , מועד ב _____ 176
- 3 - חורף תש"ע - 2010 _____ 178
- 4 - קיץ תש"ע - 2010 , מועד א _____ 180
- 5 - קיץ תש"ע - 2010 , מועד ב _____ 182
- 6 - קיץ תש"ע - 2010 (המבחן הגנוז) _____ 184
- 7 - חורף תשע"א - 2011 _____ 186
- 8 - קיץ תשע"א - 2011 , מועד א _____ 189
- 9 - קיץ תשע"א - 2011 , מועד ב _____ 192
- 10 - חורף תשע"ב - 2012 _____ 194
- 11 - קיץ תשע"ב - 2012 , מועד א _____ 197
- 12 - קיץ תשע"ב - 2012 , מועד ב _____ 199
- 13 - חורף תשע"ג - 2013 _____ 202
- 14 - קיץ תשע"ג - 2013 - מועד א _____ 205
- 15 - קיץ תשע"ג - 2013 - מועד ב _____ 208
- 16 - חורף תשע"ד - 2014 _____ 211
- 17 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד א _____ 214

מספר מילים לפני

ספר זה מכיל, בחלקו הראשון, שאלות ממבחני הבגרות בין השנים 1967-2016, המתאימות לשאלון 582 בהתאם לעדכון האחרון של תכנית הלימודים. השאלות מחולקות לפי נושאים. לכל שאלה תשובה סופית בעמוד השאלה. חלקו השני של הספר מכיל כל 52 מבחני הבגרות של שאלון זה שנערכו עד כה במתכונת הנוכחית.

סימונים מתמטיים שמופיעים בספר:

\forall - לכל , \in - שייך , \nearrow - עליה , \searrow - ירידה , U - איחוד: היחס 'או' , \emptyset - קבוצה ריקה
 $\sqrt{\quad}$ - אישור למה שבקשנו לבדוק או להוכיח , ab - מוחלט , $ep.$ - נקודת קצה (end point)

בחלק מהשאלות שונה נוסח השאלה, מאילוץ עריכה, או מטעם אישי של 'אסתטיקה לשונית'. ככלל - סדר הצגת השאלות הוא כרונולוגי בלבד, למעט אילוץ עריכה. דיוקים נדרשים הושמטו בכוונה.

'שגיאות מי יבין' (תהלים י"ט). אם נתקלתם בשגיאה כלשהי - בבקשה יידעו אותי על כך, רצוי ברואל. כל תיקון יעודכן כמעט מיידית באתר ההוצאה, בעמוד המידע של ספר זה. התיקונים יוצגו באדום.

שלמי תודה: תודה לכל המורים והתלמידים שהעירו את הערותיהם במשך השנה, ובכך תרמו לתיקון שגיאות ולשיפור פתרונות. תודה מיוחדת לשריף אמארה מכפר זלפה ולשרון חיים מפתח תקוה.

את חלק מהחללים שבין השאלות והפתרונות לחללתי בהבזקי אנקדוטות וסיפורים. רוב ה'הבזקים' קשורים למתמטיקה, חלקם אינו כזה, וביניהם גם אנקדוטות בעלות אופי לאומי או יהודי.

הספר מופיע גם במהדורה דיגיטלית על-ידי חברת 'קל-ספר' (classoos).

ב ה צ ל ח ה

א'כ' א'טכ

ספרי בגרויות עם תשובות סופיות יצאו גם לשאלונים 481-482-581

ספרי בגרויות עם פתרונות מלאים יצאו לשאלונים 382-481-482-581-582

© כל הזכויות על השאלות שמורות למדינת ישראל - משרד החינוך, התרבות והספורט

כל הזכויות על הקשר ועל הפתרונות שמורות למחבר

גאומטריה אנליטית

ישר

1. (4 יח', קיץ תשנ"א - 91) במשולש ABC ישר-הזווית ($\angle ABC = 90^\circ$), נתון: $A(2, 4)$, $B(10, 8)$. הקדקוד C נמצא על ציר x .
- א. הראה כי המשולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים.
 ב. מצא נקודה D , כך שהמרובע $ABCD$ יהיה ריבוע.
2. (4 יח', חורף תשנ"ב - 91) ABC הוא משולש חד-זווית. שיעורי הנקודה B הם $(8, 7)$. הגובה לצלע AB חותך אותה בנקודה $D(2, 4)$.
- א. מצא את משוואת הגובה CD .
 ב. נתון גם שמשוואת הגובה לצלע BC היא $x + 3y = 9$. מצא את שיעורי הנקודות A ו- C .
3. (4 יח', חורף תשנ"ג - 92) נתונה מקבילית $ABCD$. משוואת הצלע AB היא $7y = x + 26$. משוואת הצלע AD היא $y = x + 2$. נקודת המפגש של האלכסונים במקבילית היא $(-3, 2)$.
- א. מצא את: א. אורך האלכסון AC . ב. מצא את המשוואות של הצלעות BC ו- CD .
4. (4 יח', קיץ תשנ"ג - 93) $A(2, 1)$ ו- $B(6, 3)$ הם שני קדקודים סמוכים במלבן $ABCD$. משוואת הישר שעליו מונח אחד מאלכסוני המלבן היא: $3x + 4y = 30$.
- מצא את משוואת הישר, שעליו מונחת הצלע CD .
5. (4 יח', חורף תשנ"ז - 96) משולש ABE הוא משולש ישר-זווית $\angle BAE = 90^\circ$. נתון כי השיעורים של שני קדקודים הם $A(8, 9)$ ו- $B(12, 1)$, והקדקוד E נמצא על ציר y .
- א. מצא את שיעור הקדקוד E .
 ב. הראה כי המשולש ABE הוא משולש שווה-שוקיים.
 ג. מצא מה צריכים להיות שיעורי נקודה D , כדי שהמרובע $ABDE$ יהיה ריבוע.

תשבות

1. א. $D(6, -4)$. ב. $D(6, -4)$.
2. א. $y = -2x + 8$. ב. $A(0, 3)$, $C(5, -2)$.
3. א. $AC = 2\sqrt{29}$ (יחידות אורך). ב. $y_{BC} = x + 8$, $y_{CD} = \frac{1}{7}x + \frac{8}{7}$.
4. $y = \frac{1}{2}x + 10$.
5. א. $E(0, 5)$. ג. $D(4, -3)$.

6. (4 יח', חורף תשנ"ז - 97)

בריבוע ABCD הצלע AD מונחת על הישר $y = 2x$. שיעורי הקדקוד B הם (11, 2). מצא את:
א. שיעורי הקדקוד A. **ב.** שיעורי הקדקוד D. מצא את שני הפתרונות האפשריים.

7. (4 יח', חורף תשנ"ט - 99) משוואת הבסיס BC במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$)

היא $x - 4y = 14$. שניים מקדוקדי המשולש הם: $A(-8, 3)$ ו- $B(-10, -6)$.

א. מצא את משוואת הגובה לבסיס במשולש זה. **ב.** חשב את שטח המשולש ABC.

8. (4 יח', קיץ תשנ"ט - 99) נתון משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים ABC, שבו $CB = CA$.

שניים מקדוקי המשולש הם $A(11, 6)$ ו- $B(3, 2)$.

חשב את שיעורי הקדקוד C (מצא את שני הפתרונות).

9. (4 יח', קיץ תש"ס - 2000) נתון ריבוע שאחד מקדוקיו הוא בראשית הצירים,

ומשוואת אחד מאלכסונו היא $y = -3x + 10$. מצא את:

א. משוואת האלכסון האחר של הריבוע. **ב.** מפגש אלכסוני הריבוע. **ג.** שטח הריבוע

10. (5 יח', אביב תשכ"ז - 67) ישר מקביל לישר $3x + 4y - 12 = 0$ יוצר עם הכיוונים החיוביים של

צירי השיעורים משולש אשר שטחו שווה ל- 54 י"ר. מה היא משוואתו של ישר זה?

11. (5 יח', סתיו תשכ"ח - 67) קדקוד זווית הראש במשולש שווה-שוקיים הוא $A(2, 1)$.

בסיס המשולש נמצא על הישר $4x - 3y + 20 = 0$ ואורכו שווה ל- 10 יחידות אורך.

מצא את: **א.** שטח המשולש. **ב.** שיעורי שאר קדוקי המשולש

12. (5 יח', קיץ תשכ"ט - 69) המשולש ABC נמצא כולו ברביע הראשון ושטחו שווה ל- $4\frac{1}{2}$ י"ר.

משוואת אחת הצלעות של המשולש היא $2x - 5y + 23 = 0$ ושניים מקדוקיו הם $A(1, 5)$, $B(3, 4)$.

מצא את המשוואות של שאר הצלעות המשולש.

מי שמנסה לעשות רושם - זה הרושם שהוא עושה

תגלית

6. **א.** $A(3, 6)$. **ב.** $D_1(-1, -2)$ $D_2(7, 14)$. **10.** $3x + 4y - 36 = 0$ ($\Leftrightarrow y = -\frac{3}{4}x + 9$)

7. **א.** $y = -4x - 29$. **ב.** $S = 34$ (י"ר). **11.** **א.** $S_{\Delta} = 25$ (יחידות ריבועיות)

8. **א.** $C_1(5, 8)$ $C_2(9, 0)$. **ב.** $(1, 8)$ $(-5, 0)$

9. **א.** $y = \frac{1}{3}x$. **ב.** $(3, 1)$. **ג.** $S = 20$ (י"ר). **12.** $x + 2y - 11 = 0$, $x - y + 1 = 0$

13. (5 יח', סתיו תשל"ג - 72) במשולש שווה-שוקיים ABC קדקודי הבסיס הם $B(-7, 2)$, $C(3, 0)$.

הקדקוד השלישי של המשולש נמצא ברביע השני. שטח המשולש הנ"ל שווה ל-26 י"ר.

מצא את שיעורי הקדקוד A במשולש שווה-השוקיים הנ"ל.

14. (5 יח', חורף תשמ"ג - 82) שניים מקדקודי משולש הם $B(6, 2)$, $A(0, 0)$.

תיכוני המשולש נפגשים בנקודה $D(4, 3)$. מצא את שטח המשולש.

15. (5 יח', קיץ תשמ"ו - 86) המשולש ABC נמצא ברביע הראשון, ושטחו שווה ל- $4\frac{1}{2}$ י"ר.

משוואת אחת הצלעות של המשולש היא $2x - 5y + 23 = 0$, ושניים מקדקודיו הם $B(3, 4)$

ו- $A(1, 5)$. מצא את משוואתיהן של שאר הצלעות המשולש.

16. (5 יח', חורף תשמ"ח - 87) אחת השוקיים של משולש שווה-שוקיים נמצאת על הישר

$$8x - 9y - 50 = 0. \text{ בסיס המשולש נמצא על הישר } x + 2y - 25 = 0.$$

הקדקוד שמול בסיס המשולש נמצא על הישר $x - 4 = 0$. חשב את שטח המשולש.

17. (5 יח', חורף תשמ"ט - 88) קדקודי הבסיס במשולש שווה-שוקיים ABC הם: $B(-10, 4)$

ו- $C(-2, -2)$. שטח המשולש הוא 25 י"ר. חשב את השיעורים של הקדקוד A (שני פתרונות).

18. (5 יח', קיץ תשנ"א - 91) במשולש שווה-שוקיים ABC מונח הבסיס BC על הישר $x + 3y + 19 = 0$.

השוק AB מונחת על הישר $3x + y - 15 = 0$. מצא את שטח המשולש.

19. (5 יח', חורף תשנ"ד - 93) הנקודות $A(1, 5)$ ו- $B(3, 4)$ הן קדקודים במשולש ABC, שנמצא כולו

ברביע הראשון, ושטחו $4\frac{1}{2}$ י"ר. משוואת אחת מצלעות המשולש היא $2x - 5y + 23 = 0$.

חשב את שיעורי הקדקוד C.

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{1}{x-8} = \infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{x-3} = \omega$$

(omega - ω)

סלולות

17. $(-9, -3)$, $(-3, 5)$

13. $A(-1, 6)$

18. $S_{\Delta} = 120$ (יחידות ריבועיות)

14. $S_{\Delta} = 15$ (יחידות ריבועיות)

19. $C(6, 7)$

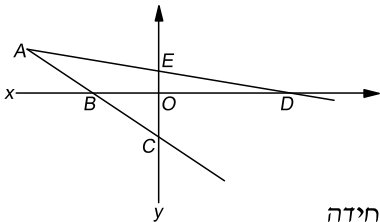
15. $\underline{BC}: y - x = 1$, $\underline{AB}: 2y + x = 11$

16. $S_{\Delta} = 50$ (יחידות ריבועיות)

20. (5 יח', חורף תשנ"ט - 99) במקבילית ABCD הגובה AE לצלע DC מונח על הישר $y = -2x + 10$. הגובה AF לצלע BC מונח על הישר $x + 5y = 14$. $C(7, 8)$.
א. מצא את שיעורי הקדקודים A ו- D. **ב.** חשב את שטח המקבילית.

21. (5 יח', חורף תשס"א - 2001) במשולש שווה-שוקיים משוואת הגובה לאחת השוקיים היא: $y - x + 2 = 0$. משוואת הגובה לבסיס היא: $y + 3x - 14 = 0$.
 אחד מקדקודי הבסיס הוא $(-1, -3)$. מצא את שני הקדקודים האחרים של המשולש.

22. (5 יח', קיץ תשס"א - 2001, מועד ב) נתון: שיעורי קדקוד A במשולש ABC הם $(8, 1)$, אחד התיכונים במשולש מונח על הישר $x = 2$, ותיכון אחר מונח על הישר $2y - x = 2$.
 מצא את משוואת הישר שעליו מונחת הצלע BC.



23. (5 יח', קיץ תשס"ג - 2003)

- שני ישרים עוברים דרך הנקודה $A(-4, 1)$, וחותכים את הצירים בנקודות D, E, C, B .
 נתון כי שטח כל אחד מהמשולשים BOC ו- DOE שווה ליחידה ריבועית אחת (O - ראשית הצירים). המשולשים נמצאים ברביע הראשון והשלישי, כמואר בציור.
 מצא את המשוואה של כל אחד מהישרים AD ו- AC.

גם מתמטיקאים ענקיים יכולים לטעות

אוילר (1707-1783), מגדולי המתמטיקאים,

הניח שאין פתרון של מספרים שלמים למשוואה: $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 = e^5$. אבל הוא טעה.

לפני פחות מ-50 שנה מצאו שלושה מתמטיקאים, מקרה סותר: $133^5 + 110^5 + 84^5 + 27^5 = 144^5$

תגובות

20. **א.** $A(4, 2)$ $D(5, 7)$ **ב.** $S = 9$ (י"ר)

21. $(1, 11)$ $(11, 1)$

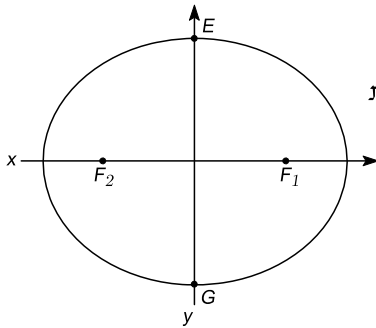
22. $6y - 7x = 22$ ($\Leftrightarrow y = \frac{7}{6}x + \frac{11}{3}$)

23. AC: $y = -\frac{1}{2}x - 1$, AD: $y = -\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}$

מבחן 52 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד ב

בחירה: שלוש שאלות משאלות 5-1. לפחות שאלה אחת מכל פרק.

פרק ראשון - גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב, מספרים מרוכבים



1. נתונות הנקודות $A(0, 28)$, $B(16, 0)$.

א. מצא את משוואת המקום הגאומטרי שעליו נמצאות

הנקודות C המקיימות: $AC^2 + BC^2 = 1,320$.

את המקום הגאומטרי שמצאת בסעיף א

מזיזים 8 יחידות שמאלה ו-14 יחידות למטה,

כך שמתקבל מקום גאומטרי חדש.

המקום הגאומטרי החדש חותך את ציר y בנקודות E ו- G (מעל E).

הנקודות F_1 ו- F_2 הן מוקדי אליפסה קנונית שעוברת דרך הנקודות E ו- G.

נתון: המרחק בין הישרים EF_1 ו- GF_2 הוא 24.

ב. (1) מצא את שיעורי הנקודה F_1 .

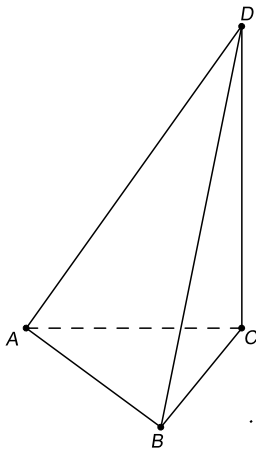
(2) מצא את משוואת האליפסה.

העבירו מעגלים המשיקים לישר EF_1 , לציר x ולציר y.

ג. מצא משוואות של שני מעגלים כאלה הנמצאים ברביעים שונים.

תשובות

1. א. $(x-8)^2 + (y-14)^2 = 400$ ב. (1) $F_1 = (15, 0)$ (2) $\frac{x^2}{625} + \frac{y^2}{400} = 1$
 ג. $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$, $(x-15)^2 + (y-15)^2 = 225$



2. המקצוע DC בפירמידה ABCD, מאונך למישור ABC.

הנקודה E היא אמצע המקצוע AD.

הנקודה F מקיימת: $\vec{DF} = \frac{k}{2} \cdot \vec{DB} + k \cdot \vec{DC}$, הוא פרמטר. k

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{CD} = \underline{w}$.

א. הבע באמצעות \underline{u} , \underline{v} , \underline{w} ו- k את \vec{EF} .

נתון: \vec{EF} מקביל למישור ABC.

ב. מצא את הערך של k .

נתון: $A(0, 0, 0)$, $C(0, n, 0)$, $B(p, 6, 0)$, D ו- n הם פרמטרים חיוביים.

$$\vec{BD} = (-8, -2, 9), \quad \underline{u} \cdot \underline{v} = 24$$

ג. מצא את שיעורי הנקודות B, C ו- D.

ד. מצא את נפח הפירמידה ABCD.

ה. מהו המצב ההדדי בין הישר EF לבין הישר AB? נמק.

3. נתונה סדרה הנדסית z_1, z_2, z_3, \dots שאיבריה הם מספרים מרוכבים ומנתה היא q .

z_1 נמצא ברביע הראשון.

$$z_1^3 = z_3$$

$$-2z_1 = \overline{z_3}$$

א. הוכח כי $q = -z_1$ או $q = z_1$.

ב. מצא את z_1 .

ענה על הסעיפים הבאים עבור $q = z_1$.

ג. קבע עבור כל אחד מן האיברים בסדרה ההנדסית הנתונה (n הוא מספר טבעי).

ד. מצא את ערך הסכום: $\frac{z_1}{\sqrt{2}} + \frac{z_2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{z_3}{(\sqrt{2})^3} + \dots + \frac{z_{64}}{(\sqrt{2})^{64}}$.

תשובות

2. א. $\vec{EF} = \frac{k}{2} \underline{u} + (\frac{1}{2} - k) \underline{v} + (\frac{1}{2} - \frac{3}{2}k) \underline{w}$ ב. $k = \frac{1}{3}$ ג. $C(0, 4, 0)$, $B(8, 6, 0)$, $D(0, 4, 9)$

ד. $V = 48$ (יחידות קוב) ה. מצטלבים

3. א. $S_{64} = 0$ ב. $z_1 = \sqrt{2} \operatorname{cis} 45^\circ = 1 + i$ ג. z_{4n} ממשי טהור, z_{4n-2} מדומה טהור ד. $S_{64} = 0$

פרק שני - גדילה ודעיכה, פונקציות חזקה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln x + \ln a}{\ln x - \ln a}$, $a > 1$ הוא פרמטר.

בסעיפים א-ג הבע תשובותיך באמצעות a , אם יש צורך.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

טענה: למשוואה $f(x) = f'(x)$ קיים בדיוק פתרון אחד בתחום $x > a$.

ב. קבע אם הטענה נכונה או אינה נכונה. נמק.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת: $g(x) = \ln f(x)$

ג. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

נסמן ב- T את השטח המוגבל על-ידי הפונקציה $g(x)$, על-ידי ציר x

ועל-ידי הישרים $x = 3$ ו- $x = 5$. נתון: $1 < a < 3$.

ד. הבע באמצעות T את ערך האינטגרל $\int_3^5 \ln(4 \cdot f(x)) dx$.

תשובות

4. א. (1) $(0 < x < a) \cup (x > a)$ (2) $x = a$, $y = 1$ (3) $(\frac{1}{a}, 0)$

(4) $\sqrt{\quad}$: $(0 < x < a) \cup (x > a)$

ב. אינה נכונה ג. (1) $(0 < x < \frac{1}{a}) \cup (x > a)$ ד. $\int_3^5 \ln(4 \cdot f(x)) dx = \ln 16 + T$

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{e^x - 6}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.

(3) מצא את תחומי העליה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

(1) מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים

של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(3) חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $g(x)$,

על-ידי האסימפטוטה האופקית שלה ועל-ידי הישרים $x = \ln 7$ ו- $x = \ln 10$.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

נתונה הפונקציה $s(x) = \int_x^{\ln 5} (f(t) - g(t)) dt$, המוגדרת בתחום $x < \ln 5$.

ד. מצא את שיעור x של נקודת הקיצון של הפונקציה $s(x)$ וקבע את סוגה.

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט



תשובות

א. (1) $x \neq \ln 6$ (2) $x = \ln 6, y_{\rightarrow} = 1, y_{\leftarrow} = 0$ (3) $\searrow: x \neq \ln 6, \nearrow: \emptyset$

ב. (1) $y_{\rightarrow} = 1$ (2) $S = \frac{9}{35}$ (3) (יחידה ריבועית) ג. $(\ln 3, -1)$ ד. $x_{\min} = \ln 3$

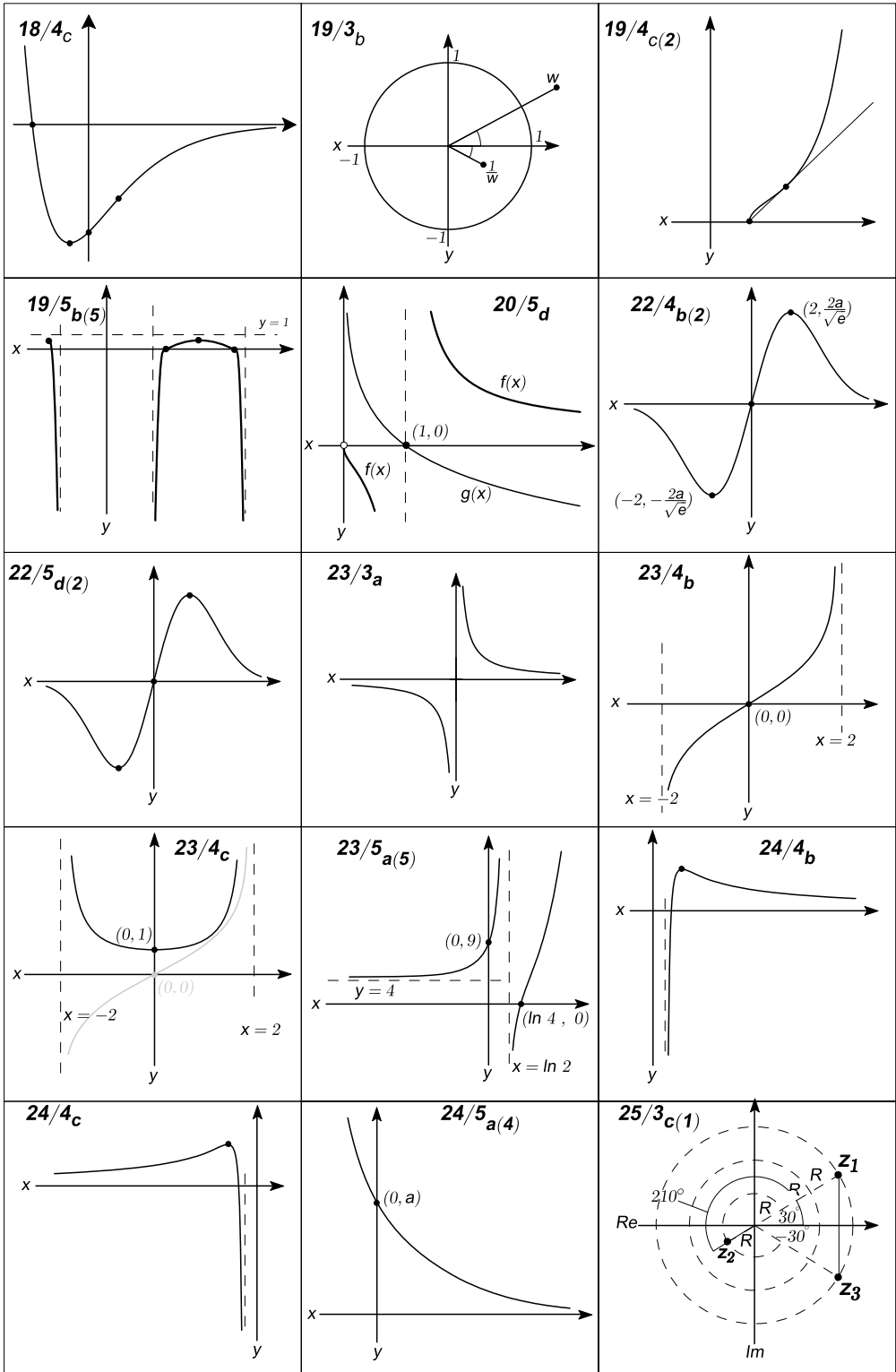
תולות

<p>2/5</p>	<p>4/4</p>	<p>4/5</p>
<p>5/4</p>	<p>6/4</p>	<p>7/1</p>
<p>7/4</p>	<p>7/5</p>	<p>8/5</p>
<p>9/3</p>	<p>9/4_a</p>	
<p>9/4_b</p>	<p>9/5</p>	<p>10/4</p>

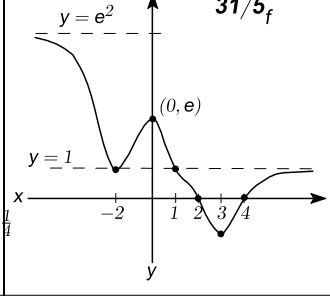
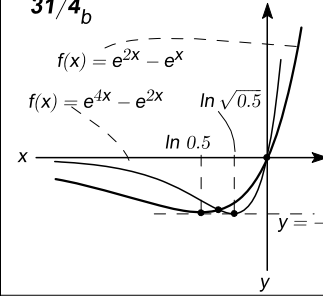
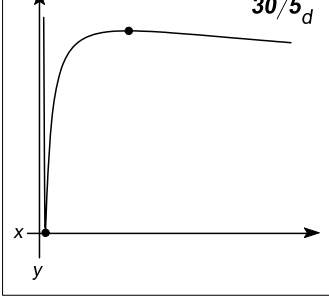
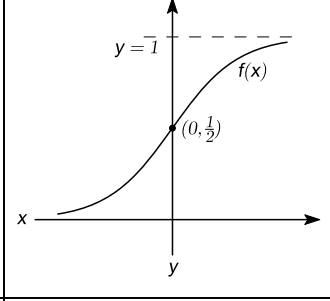
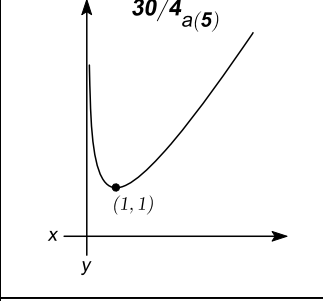
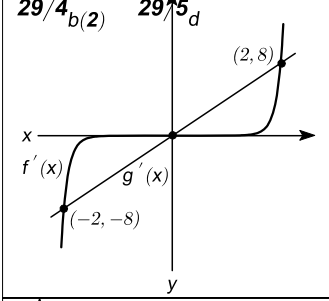
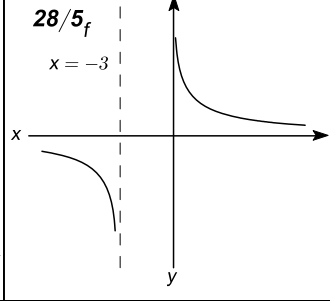
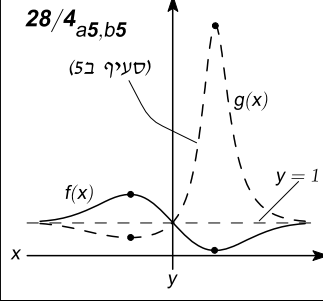
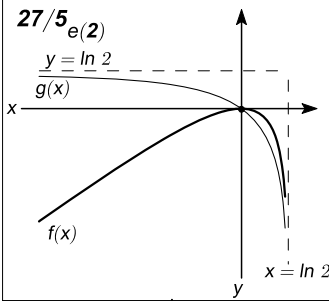
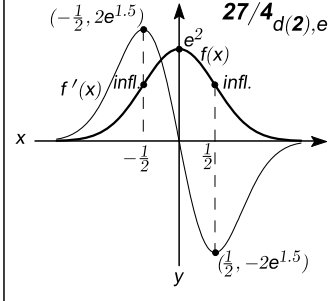
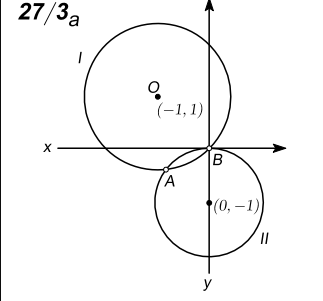
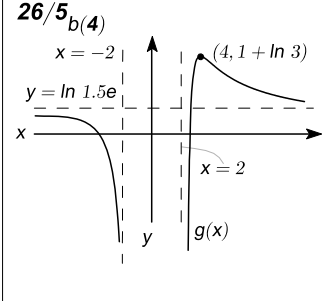
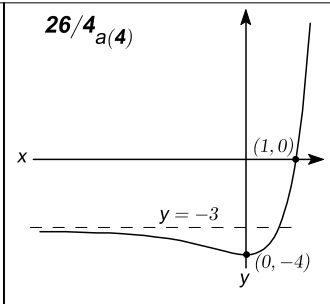
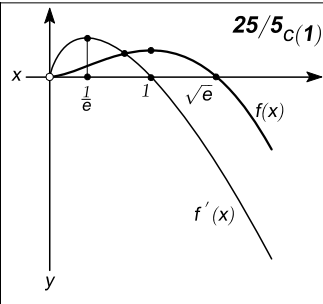
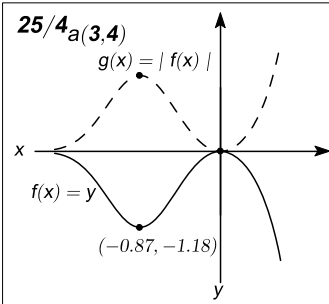
תשובות

<p>10/5</p>	<p>11/4</p>	<p>11/5</p>
<p>12/4</p>	<p>12/5</p>	<p>14/4</p>
<p>14/5</p>	<p>15/4</p>	<p>15/5</p>
<p>16/3</p>	<p>17/3_a</p>	<p>17/4_b</p>
<p>17/5_a(5)</p>	<p>17/5_b(1)</p>	<p>18/2_b</p>

תשובות



תהלות



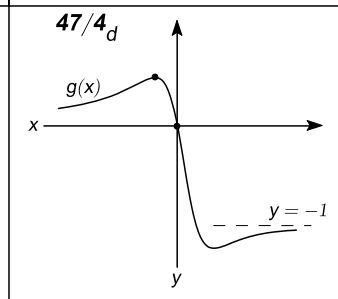
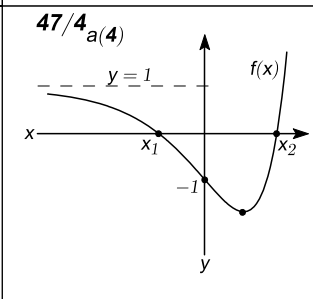
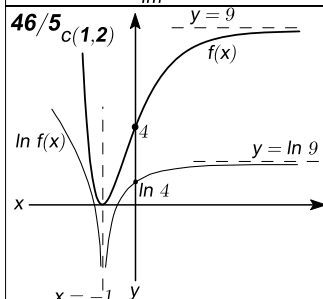
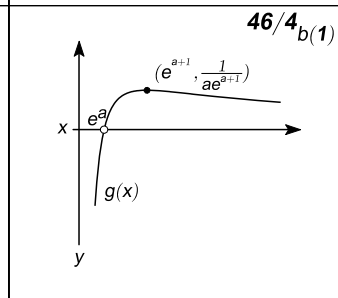
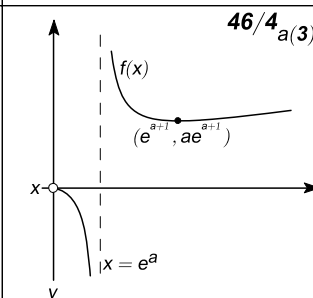
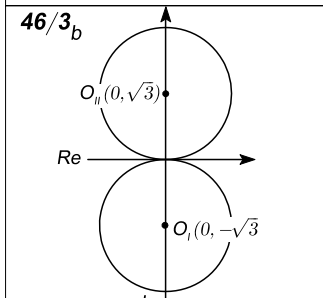
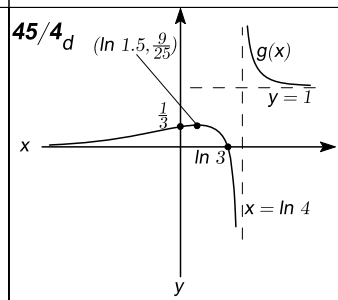
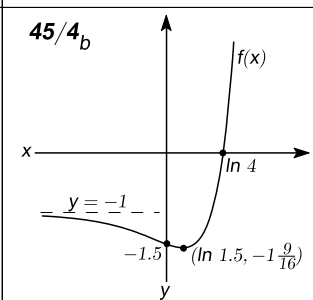
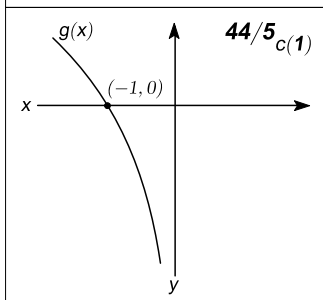
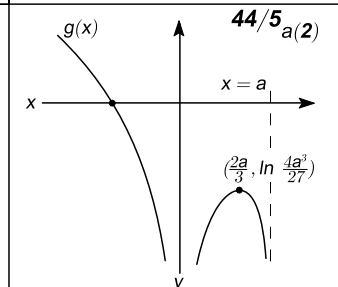
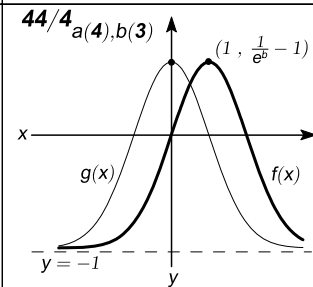
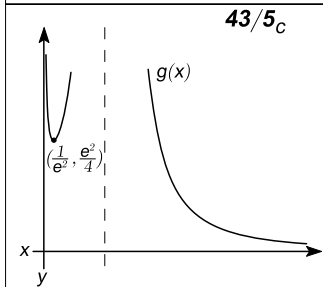
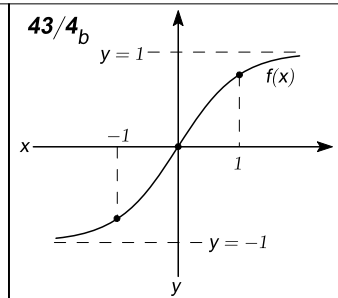
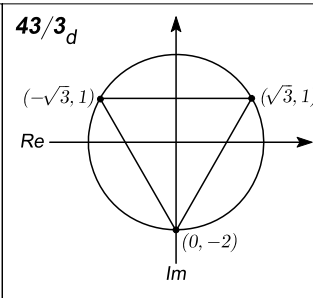
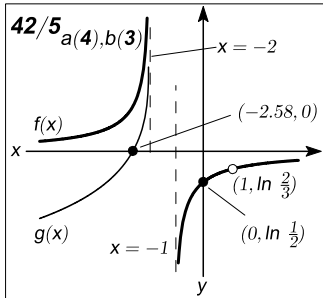
תולות

<p>32/4_{c(1)}</p>	<p>32/5_e</p>	<p>33/4_{c(3)}</p>
<p>33/4_{d(2)}</p>	<p>33/5_{d(3)}</p>	<p>34/4_b</p>
<p>34/5_c</p>	<p>example 7_d</p>	
<p>example 8_b</p>	<p>example 9_a</p>	
<p>example 10_c</p>	<p>36/3_{c(1)}</p>	<p>36/4_{d(1)}</p>

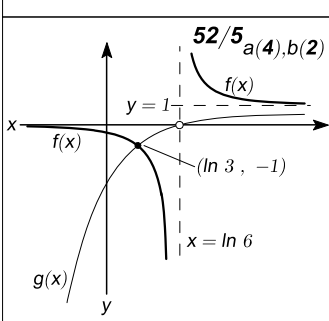
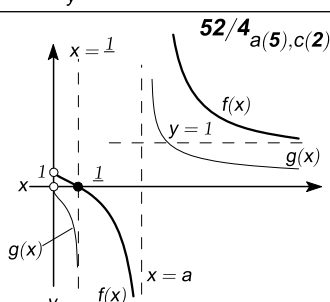
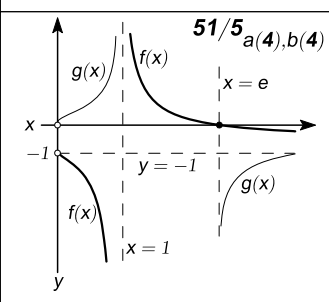
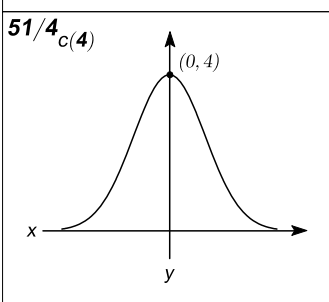
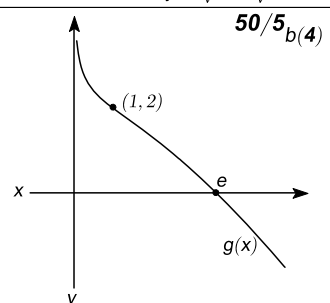
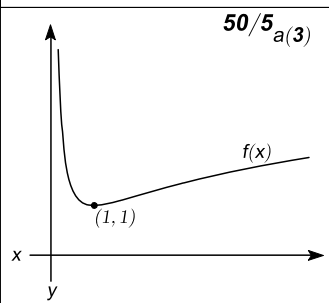
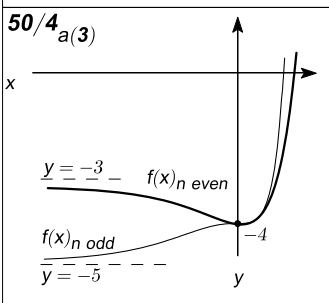
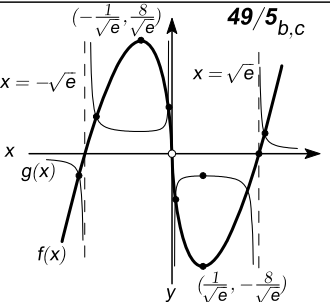
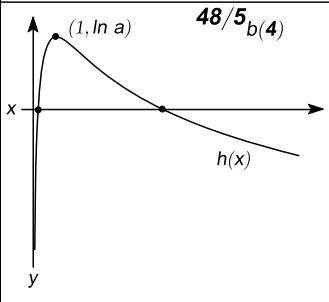
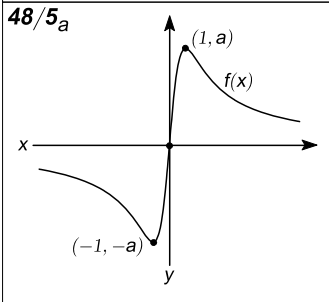
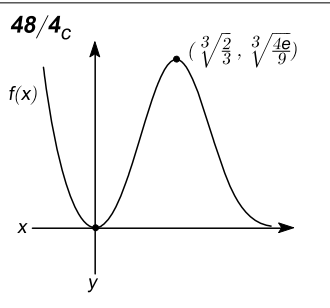
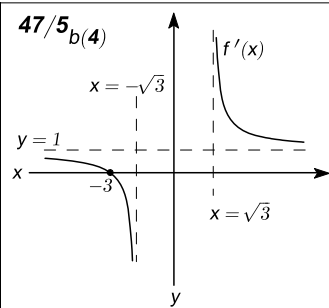
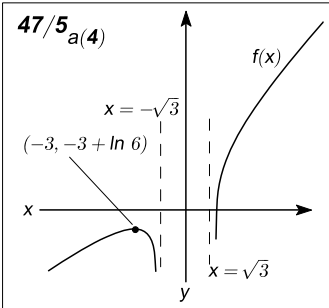
תולות

<p>36/5_{b(2)}</p> <p>$f'(x)$</p> <p>$(-\frac{1}{e}, -e)$</p>	<p>36/5_{c(2)}</p> <p>$f(x)$</p> <p>$(-\frac{1}{e^2}, -\frac{1}{e})$</p>	<p>37/4_{a(5)}</p> <p>$f(x)$</p> <p>$y = \ln 5$</p> <p>$(\ln 2, 0)$</p>
<p>37/5_{c(5)}</p> <p>$f''(x)$</p> <p>$f'(x)$</p> <p>$f(x)$</p>	<p>38/4_b</p> <p>$f(x)$</p> <p>$y = 2$</p> <p>$(\ln 1.5, -6)$</p> <p>$x = \ln 3$</p>	<p>38/5_{b(5)}</p> <p>$g(x)$</p> <p>$(1, \ln 2)$</p> <p>$y = \ln \frac{2}{3}$</p>
<p>39/4_{a(5)}</p> <p>$f(x)$</p> <p>$x = \ln 3$</p> <p>$(\ln 2, 4)$</p> <p>$y = -1\frac{1}{3}$</p>	<p>39/5_{a(5)}</p> <p>$f(x)$</p> <p>$y = 1$</p> <p>$x = e$</p> <p>$(1, 1)$</p>	<p>40/4_c</p> <p>$h(x) = 4e^x$</p> <p>$g(x) = \frac{4e^x}{\sqrt{x}}$</p> <p>$(1, 4e)$</p>
<p>40/5_{b(5)}</p> <p>$g(x)$</p> <p>$x = 3$</p> <p>$(2, \ln 8)$</p>	<p>41/4_{a(1)}</p> <p>$g(x)$</p> <p>$(1, 1)$</p> <p>$(-1, -1)$</p>	<p>41/4_{b(4)}</p> <p>$f(x)$</p> <p>$(1, e-1)$</p> <p>$(0, 1)$</p> <p>$y = 1$</p>
<p>41/5_c</p> <p>$f(x)$</p> <p>$a < 0$</p> <p>$a > 0$</p> <p>$(\frac{1}{a}, 1 + \ln a^2)$</p>	<p>42/3_b</p> <p>z_2</p> <p>z_1</p> <p>z_3</p> <p>z_4</p> <p>Re</p> <p>Im</p>	<p>42/4_{b(3),c(2)}</p> <p>$g(x)$</p> <p>$g'(x)$</p> <p>$y = 1$</p> <p>$y = \frac{1}{2}$</p> <p>$(\frac{\ln a}{2}, \frac{1}{2})$</p>

תולות



תשובות



הנוסחאות הרשמי לחמש יחידות

אלגברה

- נוסחאות הכפל המקוצר: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

- משוואה ריבועית: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- סדרות:

סדרה הנרסית	סדרה חשבונית	
$a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n \cdot q$	$a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n + d$	כלל נסיגה
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n - 1)d$	האיבר ה-n
$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ סכום אינסופי: $S = \frac{a_1}{1 - q}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום

- לוגריתמים $(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1)$: $\log_a(a^b) = b$, $a^{\log_a b} = b$, $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$, $\log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$

- גידול ודעיכה: שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן t הוא q : $M_t = M_0 \cdot q^t$

- מספרים מרוכבים: משפט דה־מואבר: $[R(\cos \varphi + i \sin \varphi)]^n = R^n (\cos n\varphi + i \sin n\varphi)$

פתרונות המשוואה: $z^n = R(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ הם:

$z_k = \sqrt[n]{R} \left[\cos\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) + i \sin\left(\frac{\varphi + 2k\pi}{n}\right) \right]$, $k = 0, 1, 2, \dots, n - 1$

- וקטורים: אורך של וקטור: $|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

מישור דרך קצוות הוקטורים \underline{a} , \underline{b} , \underline{c} : $\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a})$

מכפלה סקלרית: $\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos \alpha$

מרחק בין נקודה \underline{p} למישור $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$: $\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{v}|}$

מציאת זווית בין הישר $\underline{a} + t\underline{b}$ למישור $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$: $\sin \beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|}$

מציאת זווית בין המישורים $\underline{v}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0$, $\underline{v}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0$: $\cos \alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|}$

גאומטריה אנליטית

קו ישר - שיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר $y = mx + b$ עם שיפוע m העובר בנקודה (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

הנקודה C המחלקת (בחלוקה פנימית) את הקטע שקצותיו

הם $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ ביחס $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{l}$ היא: $(\frac{lx_1 + kx_2}{k+l}, \frac{ly_1 + ky_2}{k+l})$

שני ישרים בעלי שיפועים m_1 ו- m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$

מרחק הנקודה (x_0, y_0) מהישר $Ax + By + C = 0$: $d = | \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} |$

מעגל - משוואת משיק למעגל $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

בנקודה (x_0, y_0) שעל המעגל היא:

$$(x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = R^2$$

פרבולה - משוואת משיק לפרבולה $y^2 = 2px$

בנקודה (x_0, y_0) שעל הפרבולה היא: $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$

אליפסה - משוואת אליפסה: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

מרחק המוקד מהראשית: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

סכום מרחקי נקודה על האליפסה מהמוקדים: $r_1 + r_2 = 2a$

הסתברות

- נוסחת ברנולי - ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n נסיונות בהתפלגות בינומית,

כאשר ההסתברות להצלחה היא p :

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- הסתברות מותנית: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

- נוסחת בייס: $P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$

שבעת המספרים הבאים הם מספרים ראשוניים עוקבים: 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53

המספר המורכב מסדרת הספרות של מספרי סדרה זו: 29, 313, 741, 434, 753 גם הוא ראשוני!

זהו המספר הראשוני הקטן ביותר עם תכונה זו. (Prime curios)

טריגונומטריה

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

- משפט הסינוסים: R (רדיוס המעגל החוסם את המשולש) $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

- משפט הקוסינוסים: γ היא הזווית הכלואה בין a ל- b $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

- אורך קשת של α רדיאנים: $l = \alpha R$, שטח גזרה של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$

- שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

- גופים במרחב: פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B - שטח הבסיס, h - גובה הגוף)

חרוט: שטח מעטפת: $M = \pi R l$ (R - רדיוס העיגול, l - הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

- נגזרות: $(x^t)' = t x^{t-1}$, $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$, $(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$, $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$, $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקציה מורכבת: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$ כאשר: $u'(x)$ היא נגזרת

של u לפי x (נגזרת פנימית) ו- $f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

- אינטגרלים: $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + c$ ($t \neq -1$ ממשי)

אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של $f(x)$ אז:

$\int f[u(x)] \cdot u'(x) dx = F[u(x)] + c$, $\int f(mx + b) dx = \frac{1}{m} F(mx + b) + c$