

בגרויות מתמטיקה - 482 - תשובות סופיות - אלי מיטב

- גידול ודעיכה 1 _____
- סדרות 8 _____
- חשבונת 20 _____
- הנדסית 27 _____
- הנדסית אינסופית מתכנסת 31 _____
- מעורבות (חשבונת והנדסית) 34 _____
- כלליות 36 _____
- המוגדרות ע"י נסיגה 42 _____
- טריגונומטריה במרחב חשבון דיפרנציאלי 56 _____
- פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות 73 _____
- פונקציות טריגונומטריות חשבון אינטגרלי - שטחים 86 _____
- פונקציות מעריכיות פונקציות שפתרון לוגריתמי 97 _____
- פונקציות טריגונומטריות 104 _____
- מבחני בגרות
- מבנה מבחן הבגרות 116 _____
- 1 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד א 117 _____
- 2 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד ב 119 _____
- 3 - קיץ תש"ע - 2010 , המבחן הגנוז 121 _____
- 4 - חורף תשע"א - 2011 123 _____
- 5 - קיץ תשע"א - 2011 - מועד א 125 _____
- 6 - קיץ תשע"א - 2011 - מועד ב 127 _____
- 7 - חורף תשע"ב - 2012 129 _____
- 8 - קיץ תשע"ב - 2012 - מועד א 131 _____
- 9 - קיץ תשע"ב - 2012 - מועד ב 133 _____
- 10 - חורף תשע"ג - 2013 135 _____
- 11 - חורף תשע"ג - 2013 - לוחמים 137 _____
- 12 - קיץ תשע"ג - 2013 - מועד א 139 _____
- 13 - קיץ תשע"ג - 2013 - מועד ב 142 _____
- 14 - קיץ תשע"ג - 2013 - לוחמים 145 _____
- 15 - חורף תשע"ד - 2014 148 _____
- 16 - חורף תשע"ד - 2014 - לוחמים 151 _____
- 17 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד א 153 _____
- 18 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ב 155 _____
- 19 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ג 158 _____
- 20 - סתו תשע"ה - 2014 - מועד ד 160 _____
- 21 - חורף תשע"ה - 2015 162 _____
- 22 - חורף תשע"ה - 2015 - לוחמים 164 _____
- 23 - קיץ תשע"ה - 2015 - מועד א 166 _____
- 24 - קיץ תשע"ה - 2015 - מועד ב 169 _____
- 25 - חורף תשע"ו - 2016 172 _____
- 26 - קיץ תשע"ו - 2016 - מועד א 175 _____
- 27 - קיץ תשע"ו - 2016 - מועד ב 177 _____
- 28 - חורף תשע"ז - 2017 179 _____
- 29 - קיץ תשע"ז - 2017 - מועד א 182 _____
- 30 - קיץ תשע"ז - 2017 - מועד ב 185 _____
- 31 - חורף תשע"ח - 2018 188 _____
- 32 - קיץ תשע"ח - 2018 - מועד א 190 _____
- 33 - קיץ תשע"ח - 2018 - מועד ב 193 _____
- 34 - חורף תשע"ט - 2019 195 _____
- 35 - קיץ תשע"ט - 2019 - מועד א 197 _____
- 36 - קיץ תשע"ט - 2019 - מועד ב 200 _____
- דוגמאות - משרד החינוך 203 _____
- 37 - חורף תש"פ - 2020 206 _____
- 38 - קיץ תש"פ - 2020 - מועד א 209 _____
- 39 - קיץ תש"פ - 2020 - מועד ב 212 _____
- 40 - חורף תשפ"א - 2021 - מועד א 215 _____
- 41 - חורף תשפ"א - 2021 - נבצרים 218 _____
- 42 - חורף תשפ"א - 2021 - מאוחר 221 _____
- 43 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד א 224 _____
- 44 - קיץ תשפ"א - 2021 - מיוחד 227 _____
- 45 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד ב 230 _____
- 46 - חורף תשפ"ב - 2022 233 _____
- 47 - חורף תשפ"ב - 2022 - נבצרים 236 _____
- 48 - קיץ תשפ"ב - 2022 - מועד א 239 _____
- 49 - קיץ תשפ"ב - 2022 - מועד ב 242 _____
- 50 - חורף תשפ"ג - 2023 245 _____
- 51 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד א 248 _____
- 52 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מיוחד 251 _____
- 53 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד ב 254 _____
- ציורי גרפים 257 _____
- סיווג שאלות המבחנים 264 _____
- נוסחאון הבגרות לארבע יחידות 269 _____

מספר מילים לפני

ספר זה מכיל בחלקו הראשון שאלות ממבחני הבגרות בין השנים 1967-2013 שנערכו במתכונת ה'צבירה', המתאימות לשאלון 482 בהתאם לעדכון האחרון של תכנית הלימודים. השאלות מחולקות לפי נושאים. לכל שאלה תשובה סופית בעמוד השאלה. בחלקו השני של הספר מובאים כל 53 מבחני הבגרות של שאלון זה שנערכו עד כה במתכונת הנוכחית.

סימונים מתמטיים שמופיעים בספר:

\forall - לכל, \in - שייך, \nearrow - עליה, \searrow - ירידה, \cup - איחוד: היחס 'או', \emptyset - קבוצה ריקה
 $\sqrt{\quad}$ - אישור למה שבקשנו לברוק או להוכיח, ab - מוחלט, ep - נקודת קצה (end point)

בחלק מהשאלות שונה נוסח השאלה, מאילו צי עריכה, או מטעם אישי של 'אסתטיקה לשונית'. ככלל - סדר הצגת השאלות הוא כרונולוגי בלבד, למעט אילו צי עריכה. דיוקים נדרשים הושטו בכוונה.

'שגיאות מי יבין' (תהלים י"ט). אם נתקלתם בשגיאה כלשהי - בבקשה יידעו אותי על כך, רצוי ברואל. כל תיקון יעודכן כמעט מיידית באתר ההוצאה, בעמוד המידע של ספר זה. התיקונים יוצגו באדום.

שלמי תודה: תודה לכל המורים והתלמידים שהעירו את הערותיהם במשך השנה, ובכך תרמו לתיקון שגיאות ולשיפור פתרונות. תודה מיוחדת לשריף אמארה מכפר זלפה ולשרון חיים מפתח תקוה.

את חלק מהחללים שבין השאלות והפתרונות חִלְחַלְתִּי בהבזקי אנקדוטות וסיפורים. רוב ה'הבזקים' קשורים למתמטיקה, חלקם אינו כזה, וכיניהם גם אנקדוטות בעלות אופי לאומי או יהודי. הספר מופיע גם במהדורה דיגיטלית על-ידי חברת 'קל-ספר' (classoos). ראו קישור באתר ההוצאה.

ב ה צ ל ח ה

א'י נ'סב

ספרי בגרויות עם תשובות סופיות יצאו גם לשאלונים 482-581-582

ספרי בגרויות עם פתרונות מלאים יצאו לשאלונים 382-481-482-581-582

© כל הזכויות על השאלות שמורות למדינת ישראל - משרד החינוך, התרבות והספורט

כל הזכויות על הסדר שמורות למחבר

סדרות

סדרה חשבונית

1. (4 יח', חורף תש"ל - 70)

הוכח: אם הסדרה $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ היא חשבונית, אז:

$$\left(\frac{1}{ab} = \frac{1}{a-b} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)\right) \text{ (היעזר בשוויון)} \quad \frac{1}{a_1 \cdot a_2} + \frac{1}{a_2 \cdot a_3} + \frac{1}{a_3 \cdot a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} \cdot a_n} = \frac{n-1}{a_1 \cdot a_n}$$

2. (4 יח', קיץ תש"ל - 70)

האיבר הראשון בסדרה חשבונית הוא 100, והפרשה - 6. בסדרה זו איברים חיוביים ושליליים. כמה איברים עוקבים, לכל היותר, של הסדרה הנ"ל, החל בראשון, יש לחבר כדי שסכומם יהיה עדיין חיובי? מהו סכום כל האיברים האלה?

3. (4 יח', חורף תשל"א - 71)

באולימפיאדה מתמטית לתלמידי בת"ס על-יסודיים חולקו פרסים בסכום כולל של 4050 ש. הפרס הראשון (הגדול ביותר) היה גדול פי ארבע מהפרס האחרון (הקטן ביותר). כל פרס היה קטן מקודמו ב-54 ש. כמה פרסים חולקו באולימפיאדה הנ"ל?

4. (4 יח', קיץ תשל"ב - 72)

נתונה סדרה חשבונית: $37.6, -13.4, -13.7, -14, \dots$ (37.6 האחרון).

א. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים (ז"א במקום השני, הרביעי וכו') בסדרה הנ"ל.
ב. מהו סכום האיברים השליליים בסדרה הנ"ל?

5. (4 יח', קיץ תשל"ג - 73)

בסדרה חשבונית $2n$ איברים. סכום n האיברים האחרונים בסדרה זו גדול פי שלושה מסכום n האיברים הראשונים בסדרה. האיבר השמיני בסדרה הנ"ל שווה ל-45. מצא את האיבר הראשון ואת הפרש הסדרה הנ"ל.

$$100 = \text{מבחן}$$

$$! 40 + 2 + 8 + 50 = 100 \text{ הגימטריה של 'מבחן' היא בדיוק מאה:}$$



4. א. 1014.8 ב. -333.7

2. $n = 34, S_{34} = 34$

5. $a_1 = 3, d = 6$

3. 10

6. (4 יח', קיץ תשל"ד - 74)

במסיבת סיום הופיעה קבוצת תלמידים בתרגילי התעמלות. באחד התרגילים הסתדרו התלמידים תחילה במשולש שווה-צלעות, כשבקדקודו עומד תלמיד אחד, בשורה שמאחוריו - שני תלמידים, בשורה שלאחריה - שלושה תלמידים וכו'. לאחר מכן הסתדרו תלמידים אלה בצורה שונה. ביחד עם 46 נוספים, שהצטרפו אליהם, עמדו בשורות שוות (בעלות אותו מספר תלמידים) זו מאחורי זו ויצרו ריבוע. לאורך צלע הריבוע עמדו 4 תלמידים פחות מאשר לאורך צלע המשולש שווה-הצלעות. מה היה מספר התלמידים שיצרו את המשולש שווה-הצלעות?

7. (4 יח', קיץ תשל"ה - 75)

נתונה נוסחת האיבר הכללי בסדרה חשבונית: $a_n = \frac{3}{4}(3n + 1)$. מצא את: **א.** הפרש הסדרה **ב.** סכום 25 האיברים הראשונים של הסדרה

8. (4 יח', חורף תשל"ז - 77)

אנציקלופדיה לנוער, שמחירה 216 ש', נמכרת ב-12 תשלומים חודשיים לא שווים. התשלומים החודשיים מהווים סדרה חשבונית, כאשר ששת התשלומים הראשונים מכסים $\frac{2}{3}$ ממחיר האנציקלופדיה. חשב את התשלום הראשון ואת התשלום האחרון.

9. (4 יח', חורף תשל"ח - 78)

בבית מלאכה הוזמנו חלקי חילוף מסוג מסוים. את ההזמנה ביצעו שני פועלים וכל אחד מהם הכין מחצית חלקי החילוף שהוזמנו. הם החלו בעבודה באותו יום. הפועל הראשון הכין ביום הראשון לעבודתו 20 חלקי חילוף ובכל יום אחר ב-5 חלקי חילוף יותר מאשר ביום שקדם לו. הפועל השני עבד בקצב קבוע והכין כל יום 65 חלקי חילוף. הפועל השני סיים את עבודתו שלושה ימים לפני הראשון. כמה חלקי חילוף הוזמנו בבית המלאכה? הבחן שני מקרים.

שבעת המספרים הבאים הם מספרים ראשוניים עוקבים: 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53. המספר המורכב מסדרת הספרות של מספרי סדרה זו: 29, 313, 741, 434, 753 גם הוא ראשוני! זהו המספר הראשוני הקטן ביותר עם תכונה זו. (Prime curios)



6. 210 תלמידים **8.** $a_1 = 29$, $a_{12} = 7$

9. $d = 2\frac{1}{4}$ **א.** $S_{25} = 750$ **ב.** 1300, 390 (1) (2)

10. (4 יח', קיץ תשל"ח - 78)

במצולע מהווים אורכי הצלעות, החל בצלע הקטנה ביותר, סדרה חשבונית שבה הפרש הסדרה הוא 3 ואיברה האחרון גדול פי 10 מאיברה הראשון. היקף המצולע הנ"ל הוא 1100cm . כמה צלעות במצולע זה?

11. (4 יח', קיץ תשמ"א - 81)

עבור אילו ערכים של x מהווה הסדרה $5x + 6$, $2x + x^2$, $4x + x^2$ סדרה חשבונית? מצא את איברי הסדרה עבור כל אחד מערכים אלה.

12. (4 יח', קיץ תשמ"ז - 86)

באמפיתיאטרון גדול 42 שורות. בכל שורה 2 מקומות ישיבה יותר מאשר בשורה הקודמת לה. מספר מקומות הישיבה ב־24 השורות הראשונות שווה למספר מקומות הישיבה ב־18 השורות האחרונות. כמה מקומות ישיבה יש בכל 42 השורות שבאמפיתיאטרון?

13. (4 יח', חורף תשנ"ב - 91) הולך רגל יוצא מנקודה מסוימת והולך בקו ישר.

בדקה הראשונה הוא עובר מרחק של 50 מטר, בדקה השנייה - 48 מטר וכן הלאה - בכל דקה הוא עובר ב־2 מטר פחות מאשר בדקה שקדמה לה. 5 דקות לאחר יציאת הולך הרגל הראשון, יוצא הולך רגל שני מאותה נקודה, בקו ישר ובאותו כיוון, במהירות קבועה של 35 מטר לדקה. כמה דקות לאחר שיצא הולך הרגל הראשון, יהיה המרחק בין שני הולכי הרגל 14 מטר (לפני שייפגשו)?

חידת מקביליות



נתונות שתי מקביליות במישור.
 כיצד ניתן לחלק כל אחת מהן לשני חלקים,
 כך שכל אחד מהחלקים שווה בשטחו לחלק האחר,
 ע"י העברת ישר אחד דרך שתי המקביליות?
 תשובה (בצופן א"ת ב"ש):
 צושג מבג קגל טדפקפא יורבמ תכלחפטמ צידשמכמפת (צפלס!)

6048 .12

25 .10

23 .13

$x_1 = 6$: 36, 48, 60 . $x_2 = -1$: 1, -1, -3 .11

14. (4 יח', חורף תש"ס - 2000)

בסדרה חשבונית יש $2n$ איברים. האיבר ה-15 הוא 87.
סכום כל איברי הסדרה גדול פי 4 מסכום n האיברים הראשונים.
מצא בסדרה את האיבר הראשון ואת הפרשה.

15. (4 יח', חורף תשס"ג - 2003)

נתונה סדרה חשבונית עולה: $100, \dots, -62, -68$.
א. (1) הראה כי בסדרה אין איבר השווה לאפס.
ב. (2) מהו המקום של האיבר הראשון בסדרה הגדול מאפס?
ג. מצא כמה איברים חיוביים יש בסדרה.

16. (4 יח', קיץ תשס"ג - 2003)

האיבר החמישי של סדרה חשבונית שווה ל-18.
סכום n האיברים הראשונים בסדרה קטן פי 4 מסכום $2n$ האיברים הראשונים.
חשב את האיבר הראשון של הסדרה ואת הפרשה.

17. (5 יח', קיץ תשכ"ז - 67)

א. נתונה סדרת מספרים. נוסחת הסכום של n איבריה הראשונים היא: $S_n = 2n + 3n^2$.
(1) מצא את נוסחת האיבר ה- n a_n . (2) הוכח שהסידרה חשבונית.
ב. (1) האם המשפט הבא נכון: נוסחת הסכום n איברים הראשונים של סידרה חשבונית היא בעלת הצורה: $S_n = an^2 + bn + c$? נמק.
(2) האם בניסוח המשפט הנ"ל חשוב לציין שמדובר על n האיברים הראשונים או מספיק לציין שמדובר על n איברים עוקבים?

גם מתמטיקאים ענקיים יכולים לטעות

אויילר (1707-1783), מגדולי המתמטיקאים,

הניח שאין פתרון של מספרים שלמים למשוואה: $a^5 + b^5 + c^5 + d^5 = e^5$. אבל הוא טעה.
לפני פחות מ-50 שנה מצאו שלושה מתמטיקאים, מקרה סותר: $133^5 + 110^5 + 84^5 + 27^5 = 144^5$



16. $a_1 = 2$, $d = 4$

14. $a_1 = 3$, $d = 6$

17. א. (1) $a_n = 6n - 1$

15. א (2) $n = 13$ ב. 17

18. (5 יח', סתיו תשכ"ח - 67)

בסדרה חשבונית האיבר הראשון הוא 54 – וההפרש הוא 4.

- א. מצא את סכום כל האיברים השליליים בסידרה.
 ב. כמה, לכל הפחות, איברים עוקבים בסדרה, החל בראשון, יש לחבר כדי לקבל סכום חיובי?

19. (סתיו תשל"ב - 71)

נתונה סדרה חשבונית: $\dots, -26, -28, -30$. בסידרה 137 איברים.

- א. מה הוא סכום האיברים החיוביים בסדרה החשבונית הנ"ל המתחלקים ב-6?
 ב. מה הוא סכום כל האיברים החיוביים בסדרה חשבונית זו?

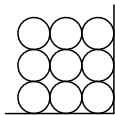
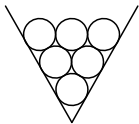
20. (5 יח', אביב תשל"ב - 72)

בסדרה החשבונית $\dots, -16, -18, -20$ נמצאים 121 איברים.

מהסדרה מחקו את כל האיברים שמקומותיהם הם כפולה של 3 (האיבר השלישי, השישי וכו').

- א. אילו שתי סדרות חשבוניות שונות אפשר ליצור מכל האיברים שנתרו?
 ב. מה הוא הסכום של כל אחת מהסדרות הנ"ל?

21. (5 יח', אביב תשל"ג - 73)



בריבוע ובמשולש שווה-צלעות חסום אותו מספר מעגלים שווים,

המעגלים ממלאים את שתי הצורות ומסודרים כפי שמראה הציוור.

מספר המעגלים הנוגעים בצלע המשולש גדול ב-14 ממספר המעגלים הנוגעים בצלע הריבוע.

כמה מעגלים חסומים בכל אחת מהצורות הנ"ל?

ילדים מתמטיקאים

מרטיין גרדנר (1914-2010) היה מלך החידות האמריקאי בדור האחרון. נפטר לא מומן בגיל 95.

כתב עשרות ספרים וטורים בעיתונות שעסקו במדע פופולארי, בחידות מתמטיות, חידות חשיבה ובקסמים.

אמרו עליו שהוא הפך הרבה ילדים למתמטיקאים, והרבה מתמטיקאים לילדים...

תהלות

18. א. -392 ב. 29

19. א. 4920 ב. 14762

20. א. $-6, -12, -18, \dots$ (2) $-8, -14, -20, \dots$ (1) ב. $S_1 = 4,100$, $S_2 = 3,960$

21. 1225 מעגלים

22. (5 יח', קיץ תשל"ט - 79)

מספרים סודרו במשולש בצורה הבאה:

| | |
|-----------------------|--|
| 1 | |
| 2, 6 | - בשורה הראשונה נמצא איבר אחד, בשנייה - שניים, בשלישית - |
| 3, 9, 15 | שלושה וכו'. |
| 4, 12, 20, 28 | בשורה ה- n ית - n איברים. השורות מהוות (החל בשלישית) סדרות |
| 5, 15, 25, 35, 45 | חשבוניות. |
| 6, 18, 30, 42, 54, 66 | |
| ... | |

- א. שים לב למבנה השורות (לאיבר הראשון, להפרש הסדרה, למספר איבריה),
 וכתוב נוסחה לאיבר האחרון בשורה ה- n ית.
 ב. חשב את סכום האיברים בשורה ה- n ית.

23. (5 יח', אביב תשל"ה - 75)

סכום n איברים עוקבים בסדרה נתונה, החל בראשון, הוא $S_n = 2n^2 + 3n$.

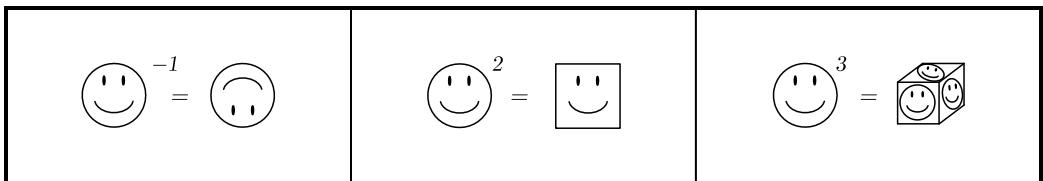
- א. הוכח, כי הסדרה הנתונה היא חשבונית
 ב. מצא את האיבר העשירי בסדרה הנתונה

24. (5 יח', חורף תשנ"ג - 92)

נתונה סדרה: $1, -4, 7, -10, 13, -16, \dots$. הסימנים של איברי

הסדרה מתחלפים לסירוגין, והערכים המוחלטים של האיברים מהווים סדרה חשבונית.

- א. הבע באמצעות n את הסכום של: (1) $2n$ האיברים הראשונים של הסדרה.
 (2) $2n - 1$ האיברים הראשונים של הסדרה.
 ב. בסדרה הנתונה מספר אי-זוגי של איברים, וסכום כל איברי הסדרה הוא 67,
 מצא את סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים.



תשובות

22. א. $2n^2 - n$ ב. n^3

23. ב. $a_{10} = 41$

24. א. $S_{2n} = -3n$ (1) $S_{2n-1} = 3n - 2$ (2) ב. 1541

25. (5 יח', קיץ תשנ"ה - 98)

בסדרה חשבונית שבה $a_1 = 5$, קיים n מסוים שעבורו מתקיימים

$$(I) a_{n+1} = 26, \quad (II) a_n + a_{2n} + a_{3n} = 132$$

א. חשב את הפרש הסדרה.

ב. חשב את סכום $3n$ האיברים הראשונים של הסדרה, עבור ה- n שמקיים את התנאים I ו-II.

26. (005, חורף ס"ז - 2006)

נתונה סדרה חשבונית שבה $3n$ איברים.

האיבר הנמצא במקום ה-21 גדול ב-66 מהאיבר הנמצא במקום ה-10.

סכום n האיברים האחרונים בסדרה גדול פי 5 מסכום n האיברים הראשונים שבה.

מצא את ערכו של האיבר הראשון.

27. (005, קיץ ס"ז - 2006, מועד א)

נתון כי סכום 30 האיברים הראשונים בסדרה חשבונית שווה לסכום 20 האיברים הראשונים שלה.

א. הראה כי סכום 50 האיברים הראשונים בסדרה הנתונה שווה לאפס.

ב. הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית עולה.

מצא באיזה מקום בסדרה נמצא האיבר החיובי הראשון.

28. (005, קיץ ס"ז - 2006, מועד ב)

נתונה סדרה חשבונית: a_1, a_2, \dots, a_{2n} , שהפרשה הוא d .

סכום האיברים הנמצאים במקומות האיזוגיים הוא אפס.

א. הוכח: $a_n = 0$

ב. הבע באמצעות n ו- d את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה.

29. (005, קיץ ס"ז - 2006, מועד מיוחד) נתונה סדרה חשבונית: $120, 117, 114, \dots$

א. מצא עבור אילו ערכים של n , סכום n האיברים בסדרה קטן מאפס.

ב. האיבר האחרון בסדרה הוא -357. כמה איברים שליליים יש בסדרה?

תשובות

28. א. $d = 3$ ב. $S_{3n} = 735$

29. א. $n > 81$ ב. 119

26. א. $a_1 = 3$

27. א. $n = 26$

30. (005, קיץ ס"ו - 2006, מועד מיוחד)

שני תלמידים קיבלו מאגר תרגילים במתמטיקה והיו צריכים להגיש את הפתרונות בסוף החופש. הם החלו לפתור את התרגילים באותו היום. אחד התלמידים פתר ביום הראשון 4 תרגילים, ובכל יום שאחריו פתר תרגיל אחד יותר מן היום הקודם לו. התלמיד השני עבד בקצב קבוע ופתר בכל יום 13 תרגילים. התלמיד השני סיים את העבודה שלושה ימים לפני הראשון. כמה תרגילים היו במאגר? (מצא את כל הפתרונות האפשריים).

31. (005, קיץ ס"ח - 2008, מועד א)

א. שני רוכבי אופניים, רוכב I ורוכב II, יצאו מיישוב A והגיעו ליישוב B. רוכב I עבר בשעה הראשונה 3 km , ובכל שעה נוספת עבר 0.2 km יותר משעבר בשעה הקודמת. רוכב II עבר בשעה הראשונה 5.75 km ובכל שעה נוספת - 0.3 km פחות משעבר בשעה הקודמת. רוכב I רכב שעה אחת יותר מהזמן שרכב רוכב II. מצא את המרחק בין יישוב A ליישוב B, אם ידוע כי כל רוכב רכב מספר שלם של שעות.

32. (005, חורף ס"ט - 2009)

נתונה סדרה חשבונית שההפרש שלה הוא d , ואיבר הראשון הוא a_1 . בסדרה יש 250 איברים.

מהסדרה הנתונה מחקו את האיברים הנמצאים במקומות: $3, 8, 13, 18, \dots, 248$

(כלומר נמחקו האיברים $a_3, a_8, a_{13}, a_{18}, \dots, a_{248}$).

האיברים שנמחקו מהווים סדרה חשבונית חדשה.

א. מצא כמה איברים נמחקו.

ב. הבע באמצעות d (ההפרש של הסדרה הנתונה) את ההפרש של סדרת האיברים שנמחקו.

ג. הסכום של כל האיברים בסדרה הנתונה (הכוללת גם את האיברים שנמחקו) הוא 13,000.

נסמן: $2a_1 + 249d = k$. מצא את הערך של k .

ד. מצא את הסכום של האיברים שנמחקו.

$$5^4 = 2^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4 + 4^4$$

המספר הקטן ביותר בחזקת 4 ששווה לסכום 5 מספרים בחזקת 4

תשובות

30. $S_1 = 130, S_2 = 39$

31. א. 44 km

32. א. 50, ב. $5d$, ג. $k = 104$, ד. 2,600

33. (005, חורף ס"ט - 2009, מועד מיוחד) בסדרה חשבונית $2n$ איברים.

סכום n האיברים הראשונים בסדרה קטן פי 3 מסכום n האיברים האחרונים בסדרה.

סכום שלושת האיברים הראשונים בסדרה הוא 27.

א. חשב את האיבר הראשון בסדרה, ואת הפרש הסדרה.

ב. חשב את סכום 30 האיברים הראשונים בסדרה.

34. (005, קיץ ס"ט - 2009, מועד א)

סך התשלום עבור טלוויזיה מחולק ל-12 תשלומים חודשיים.

התשלומים החודשיים מהווים סדרה חשבונית.

סך התשלום עבור הטלוויזיה גדול פי 1.52 מסך 6 התשלומים הראשונים,

והוא גדול ב-1900 ש' מהסכום של שני התשלומים האמצעיים.

מצא את: **א.** ההפרש של הסדרה החשבונית **ב.** סך התשלום עבור הטלוויזיה

35. (005, קיץ ס"ט - 2009, מועד ב)

באולם שני אגפים: א' ו-ב'. בשני האגפים סידרו כיסאות בשורות.

באגף א' יש בשורה הראשונה כיסא אחד, ובכל שורה נוספת יש כיסא אחד יותר מאשר בשורה

הקודמת. באגף ב' יש בשורה הראשונה 3 כיסאות, ובכל שורה נוספת יש כיסא אחד יותר מאשר

בשורה הקודמת.

מספר השורות באגף ב' גדול ב-32 ממספר השורות באגף א', ומספר הכיסאות באגף ב' גדול פי 25

ממספר הכיסאות באגף א'.

מצא את מספר השורות באגף א'.

36. (005, סתיו תש"ע - 2010, מועד לוחמים) בסדרה חשבונית a_1, a_2, a_3, \dots יש 48 איברים.

לפניך שני סכומים של איברים מסדרה זו: $a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} + \dots + a_{47} = 488$ (1)

$$(2) a_1 + a_5 + a_9 + a_{13} + \dots + a_{45} = 348$$

א. מצא כמה איברים יש בכל אחד מהסכומים (1) ו-(2).

ב. מצא את האיבר הראשון, ואת ההפרש של הסדרה הנתונה a_1, a_2, a_3, \dots .

ג. מצא את סכום איברי הסדרה הנתונה המסתיימים בספרה 4.

תלנות

35. 8 (שורות)

33. **א.** $a_1 = 3, d = 6$ **ב.** $S_{30} = 2700$

36. **א.** (1) 16, (2) 12

34. **א.** $d = -20$ **ב.** 2280_{sh}

ג. $a_1 = 7, d = 1$ **א.** $S = 170$

37. (006, קיץ ס"ד - 2004, מועד א)

$$a_1 = c, a_n + a_{n+1} = 4n \quad n \text{ טבעי ע"י:}$$

א. הראה כי האיברים הנמצאים במקומות הלא זוגיים בסדרה מהווים סדרה חשבונית,

וגם האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה מהווים סדרה חשבונית.

ב. הוכח כי סכום $2n$ האיברים הראשונים של הסדרה (S_{2n}) אינו תלוי ב- c .

ג. מצא עבור איזה ערך של c , סדרת האיברים במקומות הלא זוגיים

זהה לסדרת האיברים במקומות הזוגיים (שתי הסדרות מתלכדות).

38. (006, קיץ ס"ד - 2004, מועד ב)

נתונות שתי סדרות חשבוניות: a_1, a_2, \dots, a_n ו- b_1, b_2, \dots, b_n

$$a_1 = b_2, a_2 = b_5$$

הראה כי לכל n טבעי מתקיים:

$$a_n = b_{3n-1} \quad \text{א.}$$

$$3(a_1 + a_2 + \dots + a_n) = b_1 + b_2 + \dots + b_{3n} \quad \text{ב.}$$

39. (005, קיץ תש"ע - 2010, מועד א)

נתונה סדרה חשבונית שבה 194 איברים. האיבר השביעי קטן ב-12 מהאיבר הרביעי.

הפכו את סימני האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים,

ומהסדרה הנתונה התקבלה סדרה חדשה.

א. מצא את הפרש הסדרה הנתונה.

ב. מצא את סכום הסדרה החדשה.

מספר ריבועי הקסם

יש רק ריבוע קסם בסיסי אחד מסדר 3×3 .

'בסיסי' - שאינו תוצאה של שיקוף או סיבוב של ריבוע קסם אחר - אלה ריבועי קסם שקולים ונחשבים כאחד.

יש 880 ריבועי קסם בסיסיים מסדר 4×4 ו- 275, 305, 224 ריבועי קסם בסיסיים מסדר 5×5 .

מספר ריבועי הקסם הבסיסיים מסדר 6×6 אינו ידוע, אבל מוערך ב- 1.77×10^{19} .

תשובות

37. א. $a_{n+2} - a_n = 4$ (✓) ב. $S_{2n} = 4n^2$ (✓) ג. $c = 2$

39. א. $d = -4$ ב. $S = 388$

40. (005, קיץ תש"ע - 2010, מועד ב)

- נתונה סדרה: a_1, a_2, \dots, a_{2n} . האיבר הנמצא במקום ה- n בסדרה מקיים $a_n = 6n + 9$.
- א. הוכח כי הסדרה היא סדרה חשבונית.
- ב. נתון כי סכום $2n$ האיברים בסדרה גדול פי 1.92 מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים. מצא את n .
- ג. המשיכו את הסדרה הנתונה עד a_{4n} . בסדרה של $4n$ האיברים מחקו את כל האיברים שמספר המקום שלהם מתחלק ב-4, כלומר האיברים a_4, a_8, a_{12}, \dots . מצא את סכום האיברים שנותרו בסדרה של $4n$ האיברים.

41. (005, חורף תשע"א - 2011) נתונה סדרה חשבונית שההפרש שלה הוא 2, ויש בה n איברים.

- סכום כל איברי הסדרה גדול פי n מהאיבר שנמצא במקום ה-69 בסדרה.
- א. מצא את מספר האיברים בסדרה.
- ב. נתון גם כי $a_1 = -30$. מצא את סכום כל האיברים החיוביים בסדרה.
- ג. (1) מבין האיברים החיוביים בסדרה, מצא את גודל האיבר הראשון המתחלק ב-6
ללא שארית, ואת גודל האיבר האחרון המתחלק ב-6 ללא שארית.
- (2) מצא את מספר האיברים החיוביים בסדרה המתחלקים ב-6 ללא שארית.

42. (005, קיץ תשע"א - 2011, לוחמים)

- גוף יוצא מנקודה A ונע בקו ישר.
- במשך השניה הראשונה הגוף עובר מרחק של 50 מטרים, ובמשך כל שניה שאחריה, הוא עובר מרחק הקטן ב-2 מטרים מהמרחק שעבר במשך השניה שקדמה לה.
- במשך השניה האחרונה לתנועתו הגוף עובר 2 מטרים, ואז הוא נעצר בנקודה B.
- לאחר העצירה הגוף חוזר מן הנקודה B לנקודה A בקו ישר.
- במשך השניה הראשונה הוא עובר מרחק של 4 מטרים, ובמשך כל שניה שאחריה הוא עובר מרחק הגדול ב-3 מטרים מן המרחק שעבר במשך השניה שקדמה לה.
- א. מהו המרחק מן הנקודה A לנקודה B?
- ב. כמה שניות נדרשות לגוף כדי לעבור את הדרך חזרה מן הנקודה B לנקודה A?

תשובות

40. א. $n = 10$ ב. $S = 3870$

41. א. $n = 137$ ב. $S = 14,762$ ג. (1) $a_{136} = 240$, (2) $a_{19} = 6$

42. א. 650_m ב. $20_{seconds}$

43. (005, חורף תשע"ב - 2012)

היקף המכירות של עסק מסוים מסתכם בכל יום עסקים בסכום קבוע של 2000 שקלים. בחורף ההוצאות של העסק גדלו בכל יום עסקים החל מהיום הראשון של החורף והיוו סדרה חשבונית. ביום הראשון של החורף היו ההוצאות 75 שקלים, וביום השני - 125 שקלים. מצא כעבור כמה ימי עסקים מתחילת החורף יהיה הרווח הכולל של העסק 38,025 שקלים.

44. (005, חורף תשע"ג - 2013)

נתונה סדרה חשבונית שהפרשה הוא d , ואיברה הראשון הוא a_1 .
 סכום 21 האיברים הראשונים בסדרה שווה לסכום 20 האיברים הראשונים בסדרה.
 א. מצא את הערך של $a_1 + 20d$.
 ב. נתון כי a_1 הוא שלילי. קבע אם הסדרה עולה או יורדת. נמק.
 ג. לכל איבר בסדרה הנתונה הוסיפו את המספר המציין את מקומו בסדרה:
 לאיבר הראשון הוסיפו 1, לאיבר השני הוסיפו 2 וכן הלאה. כך נוצרה סדרה חדשה. הסכום של n האיברים הראשונים בסדרה החדשה גדול ב-861 מסכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה.
 (1) חשב את n .
 (2) היעזר בתשובתך לסעיף א, ומצא את סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה.

45. (005, קיץ תשע"ג - 2013, מועד א)

נתונה סדרה חשבונית. האיבר במקום ה-30 גדול ב-96 מהאיבר במקום ה-6.
 סכום $2n$ האיברים הראשונים בסדרה גדול פי 4 מסכום n האיברים הראשונים בסדרה.
 א. מצא את הפרש הסדרה ואת האיבר הראשון בסדרה.
 ב. מחקו את $2n$ האיברים הראשונים בסדרה הנתונה.
 הבע באמצעות n את הסכום של n האיברים הראשונים בסדרה שנשארה לאחר המחיקה.

המספר 455, 666, 777, 788, 888, 999, 999 הוא מספר ראשוני!

מכיל ברצף: פעם '4', פעמיים '5', שלוש פעמים '6', 4 פעמים '7', 5 פעמים '8', 6 פעמים '9'.



43. (39 ימי עסקים)

44. א. $a_1 + 20d = 0$ ב. עולה ג. (1) $n = 41$ (2) $S_{41} = 0$

45. א. $d = 4$, $a_1 = 2$ ב. $S = 10n^2$

מבחן 53 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד ב

בחירה: שלוש שאלות מהשאלות 1-5. לפחות שאלה אחת מכל פרק.

פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. נתונה סדרה חשבונית a_n בת n איברים.

נתון: $a_1 = -10$, $a_3 = -4$.

סכום כל איברי הסדרה הוא 4,218.

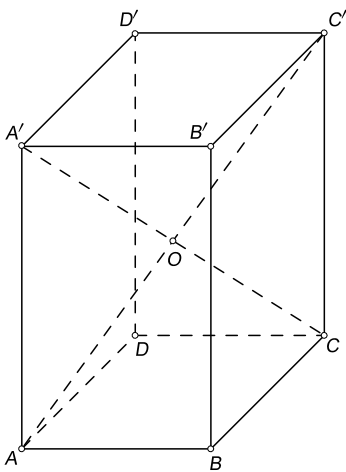
א. מצא את n .

מחקו כל איבר שלישי בסדרה a_n (כלומר: מחקו את האיברים a_3, a_6, \dots).

ב. (1) כמה איברים נמחקו מן הסדרה a_n ?

(2) מהו סכום האיברים שנמחקו מן הסדרה a_n ?

(3) מהו סכום האיברים שנשארו בסדרה a_n אחרי המחיקה?



טריגונומטריה במרחב

2. נתונה תיבה $ABCD A' B' C' D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

נתון כי אלכסון התיבה גדול פי $\sqrt{3}$ מאלכסון הבסיס.

א. מצא את גודל הזווית בין אלכסון התיבה לבסיס.

נתון כי שטח המלבן $ACC'A'$ הוא $128\sqrt{2}$.

ב. (1) מצא את אורך צלע הבסיס של התיבה.

(2) מצא את אורך האלכסון של התיבה.

אלכסוני התיבה $A'C$ ו- $C'A'$ נפגשים בנקודה O .

ג. מצא את שטח המעטפת של הפירמידה הישרה $OABCD$.



1. א. $n = 57$ (1) 19 (2) 1,463 (3) 2,755

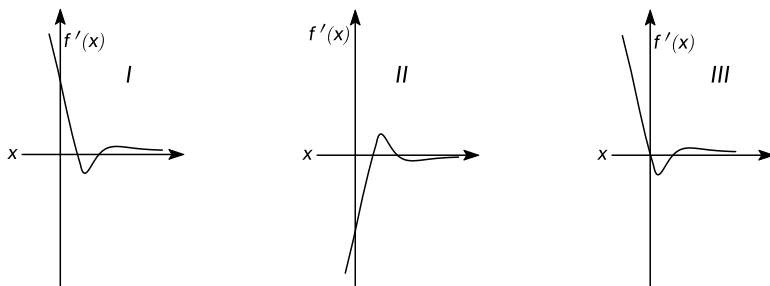
2. א. 54.74° (1) 8 (2) $A'C = 8\sqrt{6}$ (3) $S = 64\sqrt{5}$ (יחידות ריבועיות)

פרק שני - גדילה ודעיכה, חדו"א של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה

3. נתונה הפונקציה $f(x) = 1 + x - \sin 2x$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.
- א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$.
- ד. מצא את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה, על-ידי הישר המשיק שאת משוואתו מצאת בסעיף ג ועל-ידי ציר y . (בתחום הנתון המשיק פוגש את גרף הפונקציה רק בנקודת ההשקה.)

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (2x^2 - 15x + 27) \cdot e^{5-x}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. אחד הגרפים שלפניך מתאר את גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם הוא זה. נמק.



- ד. קבע עבור אילו ערכי x מתקיים $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$. נמק.
- ה. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$ ועל-ידי ציר x .

תשובות

3. א. $\max_{ep.}(0, 1)$, $\min(\frac{\pi}{6}, 0.66)$, $\max(\frac{5\pi}{6}, 4.48)$, $\min_{ep.}(\pi, 4.14)$
- ג. $y = x$ ד. $S = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = 0.29$ (יחידה ריבועית)
4. א. $\forall x$ ב. (1) $(4\frac{1}{2}, 0)$, (2) $(0, 27e^5)$, (3) $(0, 0)$, $\min(3\frac{1}{2}, -4.48)$, $\max(6, 3.31)$
- ג. II ד. $3 < x < 3\frac{1}{2}$ ה. $S = 7.79$ (יחידות ריבועיות)

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר x .

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $f(x)$

ועל-ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

ה. (1) מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

(2) מצא ערך c שעבורו השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה $g(x)$

ועל-ידי הישר $y = c$ שווה ל- S . נמק.

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט



5. א. $x > 0$ ב. $(1, 0)$ ג. $\max(e^2, \frac{1}{e^2}), \min(1, 0)$ ה. (1) $y = \frac{1}{e^2}$ (2) $c = -\frac{1}{e^2}$

תשובות

| | | |
|-----------------|------------------|---------------|
| <p>2/2 A(3)</p> | <p>4/2 C</p> | <p>4/2 E</p> |
| <p>5/3 C</p> | <p>6/2 E</p> | <p>7/3 A</p> |
| <p>11/3 C</p> | <p>12/4 C(3)</p> | <p>12/4 D</p> |
| <p>13/3 C</p> | <p>13/5 E</p> | <p>14/4 C</p> |
| <p>15/4 C</p> | <p>15/5 C(3)</p> | <p>16/3 B</p> |

נטול גלוטן' הוא פלינדרום ...

תשובות

| | | |
|------------------|------------------|------------------|
| <p>17/3 B(3)</p> | <p>18/3 D</p> | <p>19/4 C(3)</p> |
| <p>19/5 B(3)</p> | <p>20/5 c</p> | <p>22/3 c</p> |
| <p>23/4 b(3)</p> | <p>23/5 c</p> | <p>23/5 d(1)</p> |
| <p>24/4 c(3)</p> | <p>25/4 b</p> | <p>25/5 a5</p> |
| <p>26/3 a(3)</p> | <p>26/4 a(3)</p> | <p>26/5 d(2)</p> |

סיפור קצר: פעם היו שני סינים. היום יש הרבה.

תהלות

| | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| <p>27/3_b</p> | <p>27/4_{c(2)}</p> | <p>27/5_d</p> |
| <p>28/5_d</p> | <p>29/3_c</p> | <p>29/4_{c4}</p> |
| <p>29/5_{e,f}</p> | <p>30/3_c</p> | <p>30/3_d</p> |
| <p>30/4_b</p> | <p>31/3_b</p> | <p>31/4_{b(3)}</p> |
| <p>31/5_{a(5)}</p> | <p>31/5_{b(2)}</p> | <p>32/3_d</p> |

סוודר. זה מה שלובשים כשלאמא קר.

תהלות

| | | |
|-------------------------|---------------------------|-------------------------|
| <p>32/4 c(3)</p> | <p>33/3 b</p> | <p>33/4 c(2)</p> |
| <p>33/5 a(5)</p> | <p>34/3 c,d(1)</p> | <p>34/4 d</p> |
| <p>34/5 d,e</p> | <p>35/3 d</p> | <p>35/4 d</p> |
| <p>35/4 e(2)</p> | <p>35/5 d(3)</p> | <p>36/3 d</p> |
| <p>36/4 c</p> | <p>36/5 e(2)</p> | <p>exmp./1 b</p> |

ידעתי שתהיה מערכת בחירות שלישית מהשניה הראשונה.

תהלות

| | | |
|--|--|---|
| <p>exp./2_b</p> <p>$(\log_3 2, 0)$ $(0, -1)$</p> | <p>exp./3_c</p> <p>$(\frac{\pi}{4}, 2)$ $(\frac{5\pi}{4}, 2)$ $(2\pi, 1)$</p> | <p>exp./4_c</p> <p>$(\pi, 2)$ $(2\pi, -2)$</p> |
| <p>exp./4_f</p> <p>$(-\pi, 2)$ $(-2\pi, -2)$</p> | <p>37/3_{a(3)}</p> <p>$f(x) = \sin 2x$</p> | <p>37/4_{a(4)}</p> <p>$(1, 9)$ e^{-3} e^3</p> |
| <p>38/3_b</p> <p>$(0, 1\frac{1}{2})$ $(\frac{2\pi}{3}, -\frac{3}{4})$ $(\pi, -\frac{1}{2})$ $(\frac{5\pi}{4}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$</p> | <p>38/4_{a(3),b}</p> <p>$(\frac{1}{e}, -\frac{4}{e})$ $(\frac{1}{e}, \frac{8}{e})$</p> | <p>38/5_{d(3)}</p> <p>$(\ln 2, 16)$</p> |
| <p>39/3_{b,d}</p> <p>$(\frac{\pi}{4}, 5)$ $(\frac{3\pi}{4}, 3)$ $(\pi, 4)$</p> | <p>39/4_{c(4)}</p> <p>$x = \frac{1}{2}$ $(1, -2e^2)$</p> | <p>39/5_d</p> <p>$x = 1$ $(2, 2)$</p> |
| <p>40/4_d</p> <p>$x = \ln 2$ $y = 2$</p> | <p>40/5_{b(5)}</p> <p>$x = -2$ $x = 2$ $-\sqrt{5}$ $\sqrt{5}$</p> | <p>41/4_{c(2)}</p> <p>$(1, e^2)$ $(1, 1)$</p> |

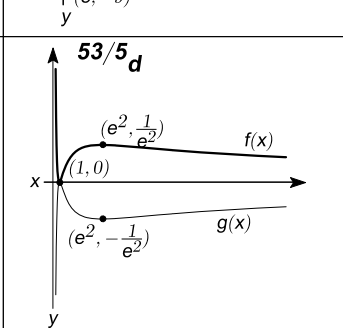
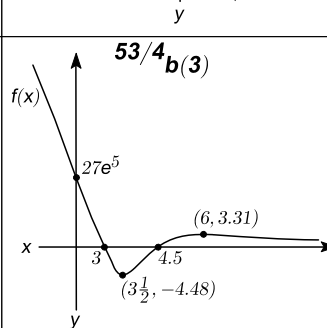
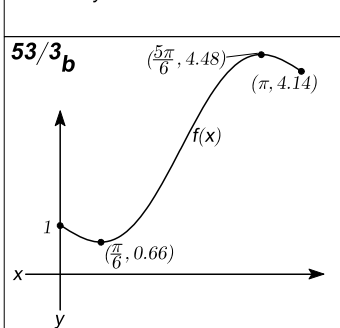
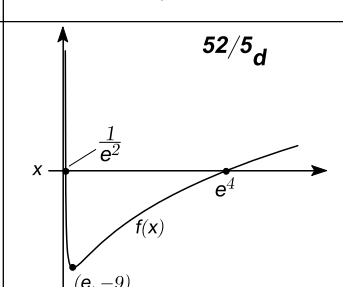
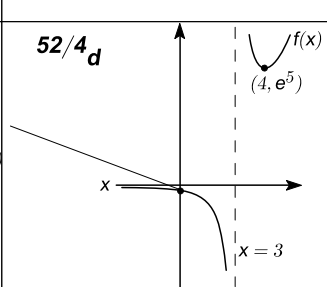
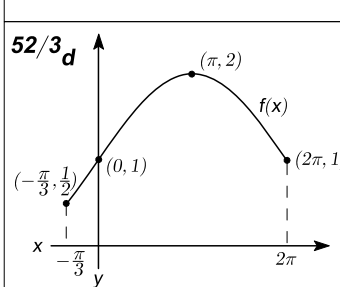
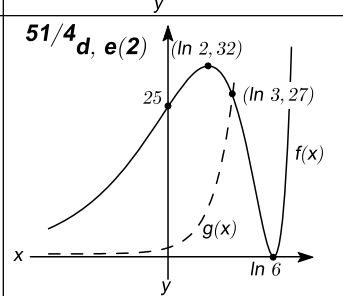
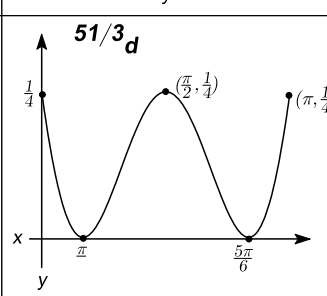
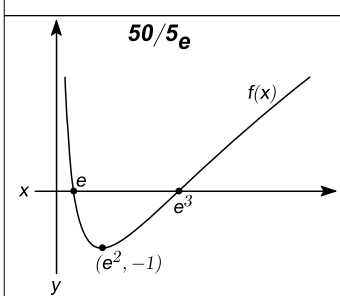
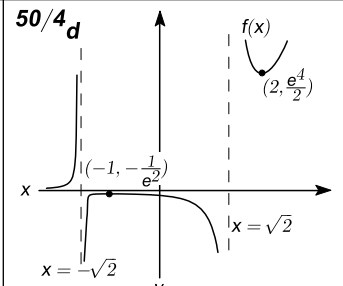
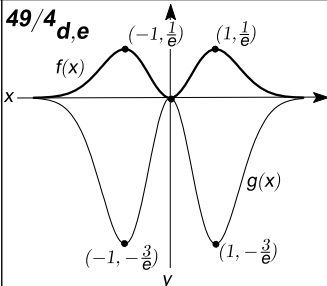
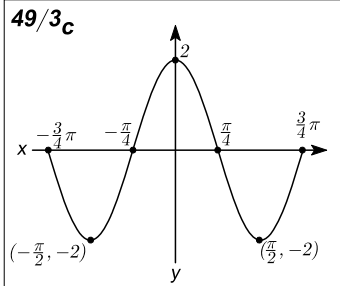
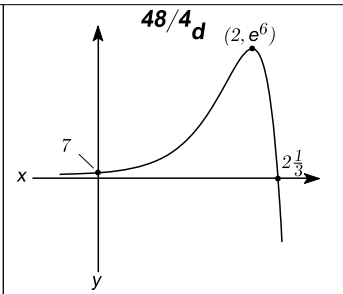
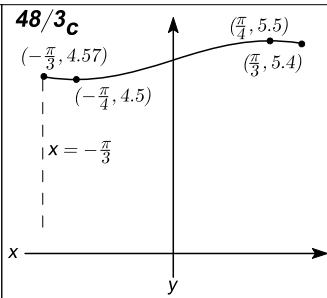
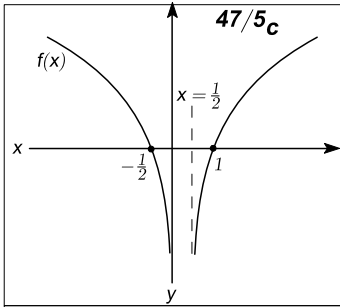
חמשת הימים הראשונים שאחרי שבת - הם הקשים ביותר של השבוע

תהלות

| | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <p>41/5_d(2)</p> | <p>42/3_d</p> | <p>42/4_e</p> |
| <p>42/5_d</p> | <p>43/3_{b,d}</p> | <p>43/4_{c,d(2)}</p> |
| <p>43/5_{d(2)}</p> | <p>44/3_{c,e(2)}</p> | <p>44/5_d</p> |
| <p>45/3_d</p> | <p>45/5_e</p> | <p>46/3_c</p> |
| <p>46/4_e</p> | <p>47/3_d</p> | <p>47/4_d</p> |

הבעיה עם סוציאליות היא שבמוקדם או במאוחר הכסף של אחרים אוזל לך (מרגרט טאצ'ר)

תהלות



הנוסחאות הרשמי לארבע יחידות

אלגברה

נוסחאות הכפל המקוצר: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$, $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

משוואה ריבועית: $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, השורשים: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

- סדרות:

| סדרה הנרסית | סדרה חשבונית | כלל נסיגה |
|--|--|-----------|
| $a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n \cdot q$ | $a_1 = a$, $a_{n+1} = a_n + d$ | |
| $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ | $a_n = a_1 + (n - 1)d$ | האיבר ה-n |
| $S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ סכום אינסופי: $S = \frac{a_1}{1 - q}$ | $S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + (n - 1)d]}{2}$ | סכום |

- חוקות: $(a \neq 0, b \neq 0)$

$(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$, $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$, $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$, $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$, $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

לוגריתמים $(a, b, c > 0 ; a, b \neq 1)$: $\log_a(a^b) = b$, $a^{\log_a b} = b$, $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$, $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$, $\log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$

גידול ודעיכה: שיעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן t הוא q : $M_t = M_0 \cdot q^t$

גאומטריה אנליטית

שיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר $y = mx + b$ העובר בנקודה (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי נקודת האמצע $M(x_M, y_M)$ של קטע שקצותיו הם $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ הם:

$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

שני ישרים בעלי שיפועים m_1 ו- m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$

משוואת מעגל שמרכזו (a, b) , ורדיוסו R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

אמריקה - ארץ האפשרויות הבלתי מוגבלות. ישראל - ארץ המגבלות הבלתי אפשריות (אפרים קישון)

הסתברות

- נוסחת ברנולי - ההסתברות ל- k הצלחות מתוך n נסיונות בהתפלגות בינומית, כאשר

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{כאשר } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- הסתברות מותנית: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, - נוסחת בייס: $P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$

טריגונומטריה

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

- משפט הסינוסים: (R - רדיוס המעגל החוסם את המשולש) $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

- משפט הקוסינוסים: (γ היא הזווית הכלואה בין a ל- b) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

- אורך קשת של α רדיאנים: $l = \alpha R$, שטח גזרה של α רדיאנים: $S = \frac{1}{2} \alpha R^2$

- שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

- גופים במרחב: מנסרה ישרה וגליל: נפח: $V = B \cdot h$ (B - שטח הבסיס, h - גובה הגוף)

שטח מעטפת: $M = P \cdot h$ (P - היקף הבסיס, h - גובה הגוף)

פירמידה וחרוט: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B - שטח הבסיס, h - גובה הגוף)

שטח מעטפת: $M = \pi R l$ (R - רדיוס העיגול, l - הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

- נגזרות:

$$(x^t)' = t x^{t-1}, \quad (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad (\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad (a^x)' = a^x \cdot \ln a, \quad (\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של מנת פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקציה מורכבת: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$ כאשר: $u'(x)$ היא נגזרת

של u לפי x (נגזרת פנימית) ו- $f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית)

- אינטגרלים: $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + c, \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$

אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של $f(x)$ אז: $\int f(mx + b) dx = \frac{1}{m} F(mx + b) + c$