

מבחני בגרות במתמטיקה

382 - פתרונות מלאים - אלי מיטב

210	37 - קיץ תשע"ו - 2016 - מועד ב	1	מבנה מבחן הבגרות
216	38 - קיץ תשע"ו - 2016 - חצב־ברק	2	1 - חורף ס"ט - 2009
222	39 - קיץ תשע"ו - 2016 - לוחמים	7	2 - קיץ ס"ט - 2009 - מועד א
228	40 - חורף תשע"ז - 2017	11	3 - קיץ ס"ט - 2009 - מועד ב
235	41 - קיץ תשע"ז - 2017 - מועד א	15	4 - חורף תש"ע - 2010
241	42 - קיץ תשע"ז - 2017 - מועד ב	19	5 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד א
248	43 - קיץ תשע"ז - 2017 - חצב־ברק	26	6 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד ב
253	44 - קיץ תשע"ז - 2017 - לוחמים	31	7 - קיץ תש"ע - 2010 - חצב־ברק
259	45 - חורף תשע"ח - 2018	36	8 - קיץ תש"ע - 2010 , המבחן הגנוז
266	46 - קיץ תשע"ח - 2018 - מועד א	41	9 - חורף תשע"א - 2011
272	47 - קיץ תשע"ח - 2018 - מועד ב	46	10 - קיץ תשע"א - 2011 - מועד א
278	48 - קיץ תשע"ח - 2018 - חצב־ברק	51	11 - קיץ תשע"א - 2011 - מועד ב
284	49 - קיץ תשע"ח - 2018 - לוחמים	57	12 - קיץ תשע"א - 2011 - חצב־ברק
290	50 - חורף תשע"ט - 2019	63	13 - חורף תשע"ב - 2012
296	51 - קיץ תשע"ט - 2019 - מועד א	70	14 - קיץ תשע"ב - 2012 - מועד א
302	52 - קיץ תשע"ט - 2019 - מועד ב	76	15 - קיץ תשע"ב - 2012 - מועד ב
308	53 - קיץ תשע"ט - 2019 - חצב־ברק	82	16 - קיץ תשע"ב - 2012 - חצב־ברק
315	54 - חורף תש"פ - 2020	88	17 - חורף תשע"ג - 2013
321	55 - קיץ תש"פ - 2020 - מועד א	94	18 - חורף תשע"ג - 2013 - לוחמים
327	56 - קיץ תש"פ - 2020 - מועד ב	100	19 - קיץ תשע"ג - 2013 - מועד א
333	57 - חורף תשפ"א - 2021	106	20 - קיץ תשע"ג - 2013 - מועד ב
339	58 - חורף תשפ"א - 2021 - נבצרים	113	21 - קיץ תשע"ג - 2013 - חצב־ברק
345	59 - חורף תשפ"א - 2021 - מאוחר	118	22 - סתיו תשע"ד - 2013 - לוחמים
351	60 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד א	124	23 - חורף תשע"ד - 2014
357	61 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד מיוחד	130	24 - חורף תשע"ד - 2014 - לוחמים
363	62 - קיץ תשפ"א - 2021 - מועד ב	135	25 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד א
369	63 - חורף תשפ"ב - 2022	141	26 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ב
375	64 - חורף תשפ"ב - 2022 - נבצרים	147	27 - קיץ תשע"ד - 2014 - מועד ג
381	65 - קיץ תשפ"ב - 2022 - מועד א	154	28 - קיץ תשע"ד - 2014 - חצב־ברק
387	66 - קיץ תשפ"ב - 2022 - מועד ב	160	29 - סתיו תשע"ה - 2014 - מועד ד
393	67 - חורף תשפ"ג - 2023	165	30 - חורף תשע"ה - 2015
399	68 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד א	172	31 - חורף תשע"ה - 2015 - לוחמים
405	69 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד מיוחד	177	32 - קיץ תשע"ה - 2015 - מועד א
411	70 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד ב	183	33 - קיץ תשע"ה - 2015 - מועד ב
417	סיווג שאלות המבחנים	190	34 - קיץ תשע"ה - 2015 - חצב־ברק
420	נוסחאון - שלוש יחידות	196	35 - חורף תשע"ו - 2016
		203	36 - קיץ תשע"ו - 2016 - מועד א

מספר מילים לפני

ספר זה מכיל את כל 70 מבחני בגרות של שאלון 382 עם פתרון מלא. שאלות, או סעיפי שאלות שחסרים - הינם מחוץ לתכנית הלימודים הנוכחית.

סימונים מתמטיים שמופיעים בספר:

✓ - עליה, \ - ירידה, √ - אישור למה שבקשנו לבדוק או להוכיח
 ∅ - לא מוגדר או אין פתרון, asym. - אסימפטוטה. U - היחס: 'או', cm² - סמ"ר, m² - מ"ר

בחלק מהשאלות שונה נוסח השאלה, מאילוץי עריכה, או מטעם אישי של 'אסתטיקה לשונית'. דיוקים (כמו כמה ספרות אחרי הנקודה העשרונית יש לעגל) נדרשים הושטמו בכוונה.

ההסברים המוצגים הינם תמציתיים, ולעתים אינם מספיקים עבור הנדרש במבחן. הנחיות לגבי הנדרש הינן באחריות המורים ועל התלמיד להיוועץ עימם כשהוא מסתפק לגבי היקף ההסבר הנדרש.

למרות שייתכנו במבחן הבגרות שאלות עם פרמטרים - עד היום לא היו כאלה. בספר זה יש לא מעט שאלות עם פרמטרים. מומלץ להציב את הפרמטר בפונקציה ולפתור את שאר הסעיפים, לאחר ההצבה.

'שגיאות מי יבין' (תהלים י"ט). אם נתקלתם בשגיאה כלשהי - בבקשה יידעו אותי על כך, רצוי בדוא"ל. כל תיקון יעודכן כמעט מיידית באתר ההוצאה, בעמוד המידע של ספר זה. התיקונים יוצגו באדום.

שלמי תודה: תודה לכל המורים והתלמידים שהעירו את הערותיהם במשך השנה, ובכך תרמו לתיקון שגיאות ולשיפור פתרונות. תודה מיוחדת למורה שריף אמארה מכפר נְלָפָה, ולשרון חיים מפתח-תקוה.

את חלק מהחללים שבין השאלות והפתרונות לְחַלְחַתִּי בהבזקי אנקדוטות - מתמטיות, הסטוריות, לשוניות, קריקטורות וגם אנקדוות לאומית או יהודיות.

הספר מופיע גם במהדורה דיגיטלית על-ידי חברת 'קל-ספר' (classoos). ראו קישור באתר ההוצאה.

ב ה צ ל ח ה

כ"א' ני"ט

בגרויות עם פתרונות מלאים / תשובות סופיות יצאו גם לשאלונים 481-482-581-582

© כל הזכויות על השאלות שמורות למדינת ישראל - משרד החינוך, התרבות והספורט

כל הזכויות על הסך ועל הפתרונות שמורות למחבר

מבנה מבחן הבגרות לשאלון 382

שאלון א' (35801) מהווה 25% מהציון הסופי.

שאלון ב' (35802) מהווה 35% מהציון הסופי.

שאלון ג' (35803) מהווה 40% מהציון הסופי.

להלן מבנה המבחן לשאלון 35803 :

משך זמן המבחן: שתיים . בחירה: 4 שאלות מתוך 6 שאלות.

בעיות מילוליות

1-2 שאלות בחלוקה הבאה:

שאלה אחת בתחום קנייה, מכירה ותשלומים, כולל התייקרויות והוזלות עוקבות באחוזים.

תיתכן שאלה שנייה בתחום שאלות תנועה,

או בתחום שאלות גאומטריות (ראה פירוט בתכנית הלימודים).

גאומטריה אנליטית

1-2 שאלות.

אורך קטע, אמצע קטע, ישרים, תנאי ניצבות, מעגל,

משיק למעגל בנקודה על המעגל (ראה פירוט בתכנית הלימודים).

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

3 שאלות.

א. חשבון דיפרנציאלי (ראה פירוט בתכנית הלימודים).

ב. חשבון אינטגרלי: פונקציה קדומה, חישובי שטחים (ראה פירוט בתכנית הלימודים).

על־מנת לחסוך שלבים בפתרונות להלן, נראה כעת את הנגזרת של $y = \frac{1}{x^2}$

ונשתמש בזה בהמשך:

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)' = \left(\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x}\right)' = \left(-\frac{1}{x^2}\right) \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^3} = -\frac{2}{x^3} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{2}{x^3}}$$

$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

בעיית רמנוג'אן

המתמטיקאי ההודי, רמנוג'אן, היה ילד פלא ואוטודידאקט (1887-1920).

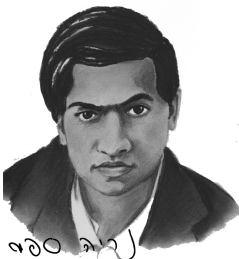
הוא הציג את השאלה הבאה: עבור אילו ערכי n ,

יש פתרון טבעי למשוואה: $2^n - 7 = x^2$.

הפתרונות שהוא נתן הם: $n = 3, 4, 5, 7, 15$.

למרות שנסרקו כבר כל המספרים עד 10^{40} - לא נמצאו פתרונות נוספים!

לאחרונה אף נמצאה ההוכחה לכך שאלו, אכן, הפתרונות היחידים.



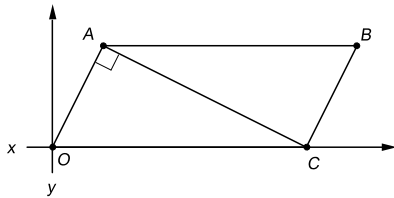
רמנוג'אן

מבחן 1 - חורף תשס"ט - 2009

בחירה: ארבע שאלות מתוך שש (1-6)

אלגברה

1. נתונה מקבילית OABC.



קודקוד O בראשית הצירים וקודקוד C על ציר x.

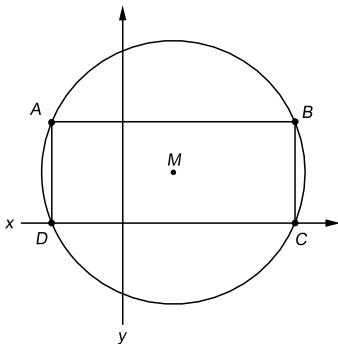
נתון: $\angle OAC = 90^\circ$. שיעורי קודקוד A הם (2, 4).

א. מצא את משוואת הצלע OA.

ב. מצא את משוואת האלכסון AC.

ג. (1) מצא את השיעורים של הקודקוד C.

(2) מצא את השיעורים של הקודקוד B.



2. נתון מעגל שמשוואתו $(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 169$ ומרכזו M.

המעגל חותך את ציר x בנקודות C ו-D.

א. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.

ב. במעגל חסום מלבן ABCD.

מצא את שיעורי הקודקודים A ו-B.

ג. חשב את היקף המשולש AMD.

3. בשעה 6^{00} בבוקר יצא רוכב אופניים ראשון מעיר A לעיר B,

והוא רכב במהירות של 10 קמ"ש.

בשעה 8^{00} בבוקר יצא רוכב אופניים שני מעיר B לעיר A,

והוא רכב במהירות הגדולה פי 1.25 מהמהירות של הרוכב הראשון.

המרחק בין עיר A לעיר B הוא 98.75 ק"מ.

(מהירויות הרוכבים היו קבועות.)

כעבור כמה שעות מרגע היציאה של רוכב האופניים הראשון, ייפגשו שני הרוכבים?

מחיקה של כל ספרה מהמספר הראשוני 6173 - תציג מספר ראשוני תלת-ספרתי

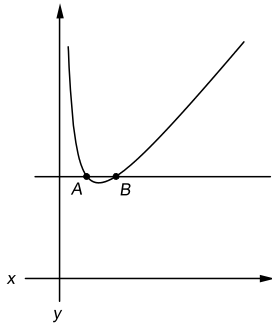
תשובות

1. א. $y = 2x$ ב. $y = -\frac{1}{2}x + 5$ ג. (1) C(10, 0) (2) B(12, 4)

2. א. C(17, 0), D(-7, 0) ב. A(-7, 10), B(17, 10) ג. 36 (יחידות אורך)

3. 5.5 (שעות)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי



4. נתונה הפונקציה $y = 2x + \frac{1}{x}$ בתחום $x > 0$.

הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה A ובנקודה B.

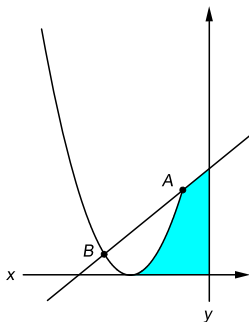
א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מעבירים לגרף הפונקציה משיק בנקודה A ומשיק בנקודה B.

(1) מצא את המשוואות של שני המשיקים.

(2) שני המשיקים נפגשים בנקודה P.

מצא את שיעורי הנקודה P.



5. בציור מוצגת הפרבולה $y = (x + 3)^2$ ומוצג הישר $y = x + 5$.

הפרבולה והישר נפגשים בנקודות A ו-B (מימין ל-A).

א. מצא את שיעור x של הנקודה A.

ב. מצא את שיעור x של נקודת המינימום של הפרבולה.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי הפרבולה,

על ידי הישר, על ידי ציר y ועל ידי ציר x.

בהצלחה

זכות היצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט

מהי המילה בעברית שהגימטריה שלה היא הגדולה ביותר? במהדורות הקודמות הוצעה המילה:

וּמִשֵּׁת שֵׁת תֵּת קֶנֶה

כלומר: ומהרגע שהן ישתקו.

ערכה הגימטרי יותר מאלפיים: $6 + 40 + 300 + 400 + 300 + 400 + 400 + 100 + 50 + 5 = 2001$

בעקבות פרסום זה קיבלתי הצעה: **ולכשתרוששנה (2017) - רונית כפיר**, אולפנת הראה רמת גן,

חבר נוסף הציע: **ולכשתרשרנה (2211)**, כלומר: כאשר הן תתחברנה כחוליות בשרשרת...

תשובות

4. א. $A(\frac{1}{2}, 3)$ B(1,3) ב. (1) $y = x + 2$, (A) $y = -2x + 4$ (2) $P(\frac{2}{3}, 2\frac{2}{3})$

5. א. $x_A = -1$ ב. $x_{min} = -3$ ג. $S = 7\frac{1}{6}$ (יחידות ריבועיות)

פתרון מבחן 1

1. א.

$$m_{OA} : O(0,0) , A(2,4) \Rightarrow m_{OA} = \frac{4-0}{2-0} = 2$$

$$y_{OA} : O(0,0) , y - 0 = 2(x - 0) \Rightarrow y_{OA} = 2x$$

$$m_{OA} = 2 , AC \perp OA \Rightarrow m_{AC} = -\frac{1}{2}$$

$$y_{AC} : A(2,4) \Rightarrow y - 4 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y - 4 = -\frac{1}{2}x + 1 \Rightarrow y_{AC} = -\frac{1}{2}x + 5$$

ג. (1)

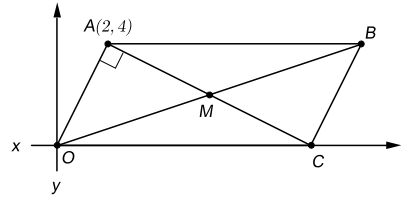
$$y_C = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}x + 5 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x = 5 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow C(10,0)$$

(2)

בניית עזר: OB . אלכסוני מקבילית חוצים זה את זה.

$$AM = MC \Rightarrow M\left(\frac{2+10}{2}, \frac{4+0}{2}\right) \Rightarrow M(6,2)$$

$$OM = MB \Rightarrow \frac{0+x_B}{2} = 6 \Rightarrow x_B = 12 , \frac{0+y_B}{2} = 2 \Rightarrow y_B = 4 \Rightarrow B(12,4)$$



2. א.

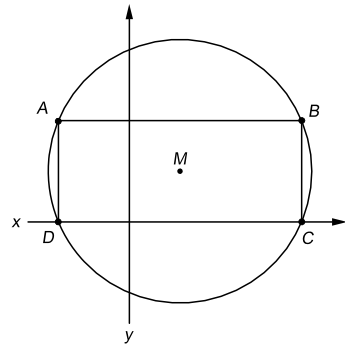
$$(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 169$$

$$C, D : y = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 + (0 - 5)^2 = 169$$

$$(x - 5)^2 + 25 = 169 \Rightarrow (x - 5)^2 = 144 \quad / \sqrt{\quad}$$

$$x - 5 = \pm 12 \Rightarrow x_1 = 17, x_2 = -7$$

$$x_C > x_D \Rightarrow C(17,0) , D(-7,0)$$



ב.

$$(x - 5)^2 + (y - 5)^2 = 169 \Rightarrow M(5,5) , R = \sqrt{169} = 13$$

$\angle ABC = 90^\circ$ היקפית ולכן נשענת על קוטר, ולכן AC קוטר (ועובר כמובן דרך M).

$$x_A = x_D = -7 , CM = MA = R$$

$$\frac{y_C + y_A}{2} = y_M \Rightarrow \frac{0 + y_A}{2} = 5 \Rightarrow y_A = 10 \Rightarrow A(-7,10)$$

$$x_B = x_C = 17 , y_B = y_A = 10 \Rightarrow B(17,10)$$

ג.

$$AD = y_A - y_D = 10 - 0 = 10 \Rightarrow AM + MD + DA = R + R + 10$$

$$= 13 + 13 + 10 = 36 \quad (\text{יחידות אורך})$$

3. נגדיר: x - משך הזמן מרגע יציאת הרוכב הראשון לדרך עד לפגישתו עם הרוכב השני.

זמן	מהירות	דרך	
x	10	$10x$	רוכב ראשון $A \rightarrow B$
$x - 2$	$10 \cdot 1.25 = 12.5$	$12.5(x - 2)$	רוכב שני $B \leftarrow A$

$$\Rightarrow 10x + 12.5(x - 2) = 98.75 \Rightarrow 10x + 12.5x - 25 = 98.75 \quad / + 25$$

$$22.5x = 123.75 \quad / : 22.5 \Rightarrow x = 5.5 \text{ (שעות)}$$

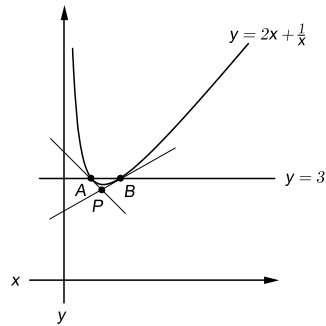
4. א.

A, B: $2x + \frac{1}{x} = 3 \quad / \cdot x \Rightarrow 2x^2 + 1 = 3x \quad / - 3x$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4}$$

$$x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{1}{2}$$

$$x_B > x_A \Rightarrow A\left(\frac{1}{2}, 3\right) \quad B(1, 3)$$



ב. (1)

$$y' = 2 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow y'\left(\frac{1}{2}\right) = 2 - \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 2 - 4 = -2$$

$$y - 3 = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$y - 3 = -2x + 1 \Rightarrow y = -2x + 4 \quad \text{המשיק בנקודה A}$$

$$y'(1) = 2 - \frac{1}{1} = 1$$

$$y - 3 = 1 \cdot (x - 1) = x - 1 \Rightarrow y = x + 2 \quad \text{המשיק בנקודה B}$$

(2)

$$-2x + 4 = x + 2 \Rightarrow -3x = -2 \Rightarrow x_P = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y_P = x_P + 2 = \frac{2}{3} + 2 = 2\frac{2}{3} \Rightarrow P\left(\frac{2}{3}, 2\frac{2}{3}\right)$$

⇔ : שתיית תה ירוק מונעת שבץ.

גם המשפט ההפוך נכון: שבץ מונע שתיית תה ירוק . . .

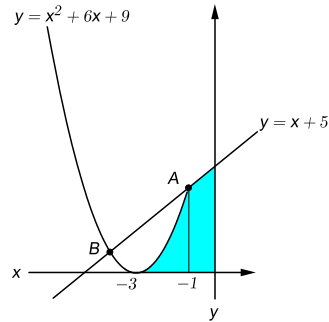
5. א.

$$A: (x+3)^2 = x+5 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 = x + 5$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25-16}}{2} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2}{2} = -1, \quad x_2 = \frac{-8}{2} = -4$$

$$x_A > x_B \Rightarrow x_A = -1$$



ב.

$$(x^2 + 6x + 9)' = 2x + 6 \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow 2x = -6$$

$$\Rightarrow x_{min} = -3$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2} \Rightarrow x_{min} = -3 \quad \text{אפשר גם לפי נוסחת קדקוד פרבולה:}$$

ג.

$$S = \int_{-3}^{-1} (x^2 + 6x + 9) dx + \int_{-1}^0 (x + 5) dx$$

$$S = \left(\frac{x^3}{3} + 3x^2 + 9x \right) \Big|_{-3}^{-1} + \left(\frac{x^2}{2} + 5x \right) \Big|_{-1}^0$$

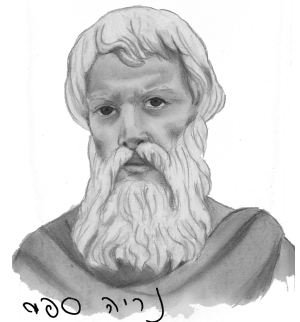
$$S = \left(\left(-\frac{1}{3} + 3 - 9 \right) - \left(-9 + 27 - 27 \right) \right) + \left((0 + 0) - \left(\frac{1}{2} - 5 \right) \right)$$

$$S = -\frac{1}{3} + 3 - 9 + 9 - \frac{1}{2} + 5 \Rightarrow S = 7\frac{1}{6} \quad (\text{יחידות ריבועיות})$$

אפשר למצוא את השטח הימני (בין $x = -1$ ל- $x = 0$) גם על ידי נוסחת שטח טרפז.

אוקלידס

הגאומטריה האוקלידית נקראת כך על שם **אוקלידס** 275-330 לפנה"ס. מתמטיקאי יווני שחי באלכסנדריה שבמצרים ויסד שם בית ספר. אחד מגדולי המתמטיקה היוונית. תבורו הגדול נקרא ספר 'היסודות' הכולל 13 כרכים בהם ביסס את הגאומטריה כמדע. הספר כולל את גאומטריה המישור, הנדסת המרחב ונושאים נבחרים בתורת המספרים. מספר תרגומיו של ספר זה נופל אך ורק ממספר תרגומי התנ"ך. הגאומטריה הרגילה המוכרת לנו, נקראת כאמור, 'גאומטריה אוקלידית' על שמו.

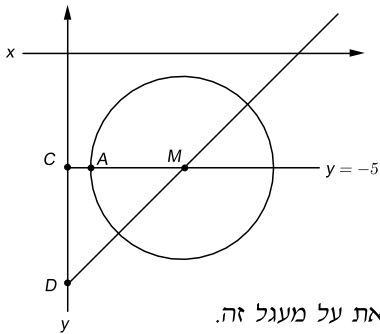


אחת האכסיומות של גאומטריה זו אומרת כי ישירים מקבילים אינם נפגשים לעולם. במאה ה-19 התפתחה הגאומטריה ה'לא אוקלידית' שנקודת המוצא שלה היא שקווים מקבילים אכן נפגשים - באינסוף. אוקלידס עסק ותרים גם בתחומי האסטרונומיה, האופטיקה, המוסיקה והמכניקה.

מבחן 2 - קיץ ס"ט - 2009 - מועד א

בחירה: ארבע שאלות מתוך שש (1-6)

אלגברה



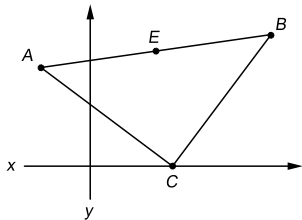
1. הנקודה M נמצאת על ישר שמשוואתו $y = x - 10$, וגם על ישר שמשוואתו $y = -5$.
א. מצא את השיעורים של הנקודה M.

הנקודה M היא מרכז של מעגל. הנקודה $A(1, -5)$ נמצאת על מעגל זה.

ב. (1) מצא את רדיוס המעגל. **(2)** רשום את משוואת המעגל.

ג. הישר $y = -5$ חותך את ציר y בנקודה C,

והישר $y = x - 10$ חותך את ציר y בנקודה D. מצא את שטח המשולש DCM.



2. במשולש ABC שיעורי הקדקוד A הם $(-3, 6)$.

הנקודה $E(4, 7)$ היא אמצע הצלע AB.

א. מצא את שיעורי הקדקוד B.

שיעורי הקדקוד C הם $(x, 0)$, $x < 11$. אורך הצלע BC הוא 10.

ב. מצא את שיעור x של הקדקוד C.

ג. הוכח כי הצלע AC מאונקת לצלע BC.

3. סוחר קנה שני סוגי קפה: סוג זול וסוג יקר.

בחודש הראשון קנה x ק"ג קפה מהסוג הזול, ושילם עבורם 1200 ש"י,

ומהסוג היקר של הקפה קנה 2x ק"ג ושילם עבורם 3600 ש"י.

א. מהו המחיר של ק"ג קפה מהסוג הזול, ומהו המחיר של ק"ג קפה מהסוג היקר?

(כל מחיר מובע באמצעות x.)

ב. בחודש השני קנה הסוחר 10 ק"ג קפה מהסוג הזול, ו-20 ק"ג קפה מהסוג היקר,

ושילם בסך הכל 4000 ש"י.

כמה ק"ג קפה מהסוג הזול קנה הסוחר בחודש הראשון?



1. **א.** $M(5, -5)$ **ב. (1)** $R = 4$ (יחידות אורך) **(2)** $(x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 16$ **ג.** $S_{\Delta} = 12\frac{1}{2}$ (י"ר)

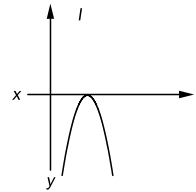
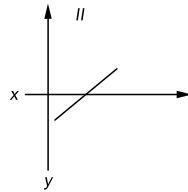
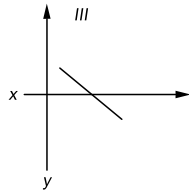
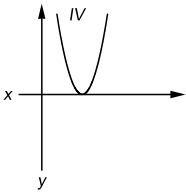
2. **א.** $B(11, 8)$ **ב.** $x_C = 5$ **ג.** $m_{AC} \cdot m_{BC} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = -1$ (\checkmark)

3. **א.** זול: $\frac{1200}{x}$ ש"י; יקר: $\frac{1800}{x}$ ש"י **ב.** 12_{kg}

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

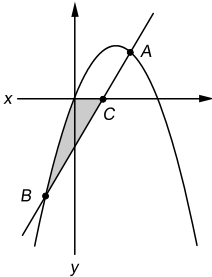
4. נתונה הפונקציה $f(x) = -\frac{x^2}{2} + x - \frac{1}{2}$.

- א. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
 ב. אחד מארבעת הגרפים I, II, III, IV שלפניך מתאים לנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה הנתונה. קבע איזה גרף מתאים לנגזרת $f'(x)$. נמק.



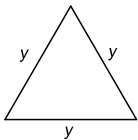
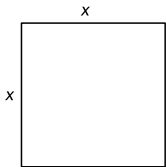
5. בציור שלפניך מוצגת הפרבולה $y = -x^2 + 6x$ ומוצג הישר $y = 4x - 8$.

הישר והפרבולה נחתכים בנקודות A ו-B מימין ל-C.



- א. (1) מצא את שיעור x של הנקודה B.
 (2) הישר חותך את ציר x בנקודה C.
 מצא את שיעור x של הנקודה C.
 ב. מצא את השטח המוגבל ע"י הפרבולה, ע"י הישר וע"י ציר x (השטח האפור בציור).

6. בציורים שלפניך מוצגים ריבוע שצלעו x ומשולש שווה-צלעות שצלעו y.



- מכפלת צלע הריבוע בצלע המשולש היא 12.
 א. (1) בטא את y באמצעות x.
 (2) בטא באמצעות x את הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש.
 ב. מצא עבור איזה ערך של x הסכום של היקף הריבוע והיקף המשולש (שהבעת בתת-סעיף א(2)) הוא מינימלי.

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט



4. א. $\max: (1, 0)$ ב. III

5. א. (1) $x_B = -2$ (2) $x_C = 2$ ב. $S = 17\frac{1}{3}$ (יחידות ריבועיות)

6. א. (1) $y = \frac{12}{x}$ (יחידות אורך) (2) $4x + \frac{36}{x}$ (יחידות אורך) ב. $x = 3$ (יחידות אורך)

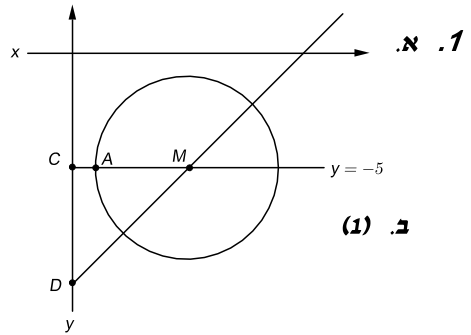
פתרון מבחן 2

$$y = x - 10, y = -5 \Rightarrow x - 10 = -5 \quad / +10$$

$$x = 5 \Rightarrow y = x - 10 = 5 - 10 = -5 \Rightarrow M(5, -5)$$

$$R = AM, A(1, -5), y_M = y_A \Rightarrow R = x_M - x_A$$

$$R = 5 - 1 \Rightarrow R = 4 \quad (\text{יחידות אורך})$$



ג. (1)

(2)

$$M(5, -5), R^2 = 4^2 = 16 \Rightarrow (x - 5)^2 + (y + 5)^2 = 16$$

$$D: x = 0 \Rightarrow y = 0 - 10 = -10 \Rightarrow D(0, -10)$$

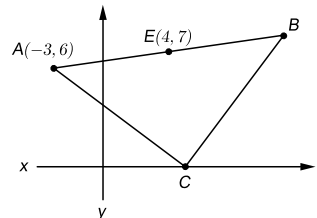
$$x_C = 0, y_C = y_A = -5 \Rightarrow C(0, -5) \Rightarrow MC = x_M - x_C = 5 - 0 = 5$$

$$CD = y_C - y_D = -5 - (-10) = 5 \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{MC \cdot CD}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} \Rightarrow S_{\Delta DCM} = 12\frac{1}{2} \quad (\text{יחידות ריבועיות})$$

$$\frac{x_B + x_A}{2} = x_E \Rightarrow \frac{x_B - 3}{2} = 4 \Rightarrow x_B - 3 = 8 \Rightarrow x_B = 11$$

$$\frac{y_B + y_A}{2} = y_E \Rightarrow \frac{y_B + 6}{2} = 7 \Rightarrow y_B + 6 = 14 \Rightarrow y_B = 8$$

$$\Rightarrow B(11, 8)$$



א. 2

ג.

$$C(x, 0) \Rightarrow BC = \sqrt{(11 - x)^2 + (8 - 0)^2} = 10 \quad / ()^2 \Rightarrow (11 - x)^2 + 64 = 100 \quad / -64$$

נתון

$$(11 - x)^2 = 36 \quad / \sqrt{\quad} \Rightarrow 11 - x = \pm 6 \Rightarrow x_1 = 11 - 6 = 5$$

$$x_2 = 11 + 6 = 17, x < 11 \Rightarrow x_C = 5$$

ג.

$$C(5, 0), m_{AC} = \frac{6 - 0}{-3 - 5} = \frac{6}{-8} = -\frac{3}{4}, m_{BC} = \frac{8 - 0}{11 - 5} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$m_{AC} \cdot m_{BC} = -\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = -1 \Rightarrow AC \perp BC \quad (\checkmark)$$

המספר הראשוני 45,269,999 ניתן להצגה הבאה:

$$45,269,999 = 9^8 + 8^7 + 7^6 + 6^5 + 5^4 + 4^3 + 3^2 + 2^1 + 1^0$$

מבחן 70 - קיץ תשפ"ג - 2023 - מועד ב

בחירה: ארבע שאלות מהשאלות 1-6.

אלגברה

1. בבית קפה מסוים המחיר של מאפה אחד ר" 5 בקבוקי שתיה הוא 88 שקלים סך הכל.

המחיר של 6 מאפים ר" 10 בקבוקי שתיה הוא 320 שקלים סך הכל.

א. (1) מצא מהו מחירו של מאפה אחד.

ב. (2) מצא מהו מחירו של בקבוק שתיה אחד.

בבית הקפה הכריזו על מבצע: 20% הנחה על מחיר של מאפה.

(המחיר של בקבוק שתיה אינו משתנה).

משפחת לוי הזמינה במסגרת המבצע מספר מסוים של מאפים ר" 13 בקבוקי שתיה.

מחיר ההזמנה של משפחת לוי היה 336.8 שקלים סך הכל.

ב. כמה מאפים הזמינה משפחת לוי?

משפחת לוי שילמה 390 שקלים סך הכל, כולל דמי שירות (טיפ) למלצר.

ג. מהו אחוז דמי השירות (הטיפ) מתוך מחיר ההזמנה של משפחת לוי?

2. הקדקוד C במרובע ABCD נמצא על ציר x,

והקדקוד B נמצא על ציר y.

AC מאונך ל-BC.

משוואת הישר AC היא $y = 5x - 50$.

א. מצא את שיעורי הקדקוד C.

ב. מצא את משוואת הישר BC.

משוואת הישר AD היא $y = -3x + 62$.

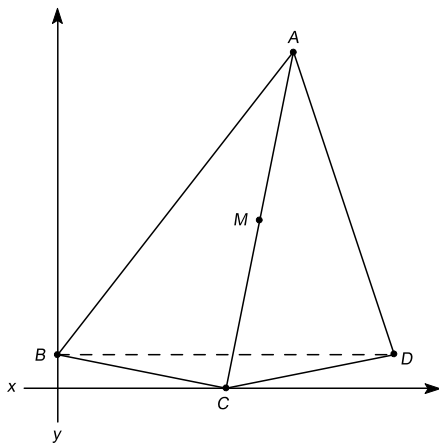
ג. מצא את שיעורי הקדקוד A.

הישר BD מקביל לציר x.

ד. מצא את שיעורי הקדקודים B ו-D.

הנקודה M היא אמצע הקטע AC.

ה. חשב את שטח המשולש BMD.



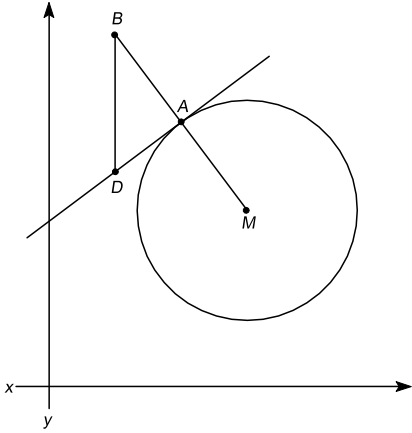
תולדות

1. א. (1) 36 ש (2) 10.4 ש ב. 7 מאפים ג. 15.8%

2. א. C(10,0) ב. $y = -\frac{1}{3}x + 2$ ג. A(14,20) ד. B(0,2), D(20,2) ה. $S_{\triangle BMD} = 80$ (י"ר)

3. נתון מעגל שמשוואתו $(x-9)^2 + (y-8)^2 = 25$.

הנקודה M היא מרכז המעגל. הנקודה A נמצאת על המעגל.



א. רשום את שיעורי הנקודה M.

שיעור x של הנקודה A הוא 6.

ב. מצא את שיעור y של הנקודה A.

(שיעור y של הנקודה A גדול מ-8)

הנקודה B נמצאת על המשך הקטע MA.

נתון: הנקודה A היא אמצע הקטע MB.

ג. מצא את שיעורי הנקודה B.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

ד. (1) מצא את השיפוע של MA. (2) מצא את משוואת המשיק.

מן הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר y וחותך את המשיק בנקודה D.

ה. מצא את היקף המשולש BDA.

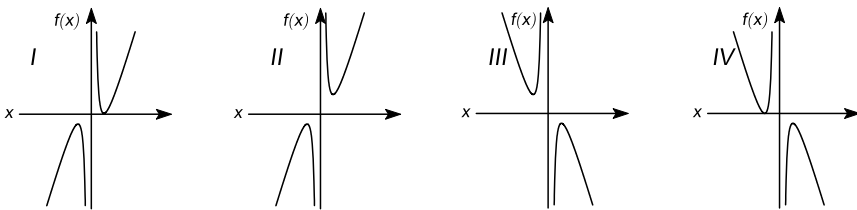
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

4. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + \frac{32}{x} - 16$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. קבע איזה מן הגרפים שלפניך מתאר את גרף הפונקציה.



לגרף הפונקציה העבירו משיק אחד בנקודה שבה $x = 2$ ומשיק נוסף בנקודה שבה $x = -2$.

ד. קבע בנוגע לכל אחד מן ההיגדים שלפניך אם הוא נכון או לא נכון. נמק.

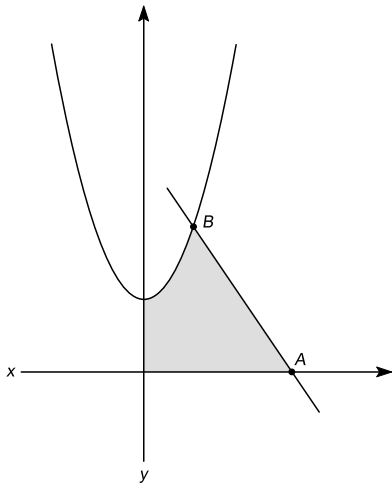
(1) שיפוע המשיק בנקודה שבה $x = 2$ הוא -6.

(2) שני המשיקים מקבילים זה לזה.

תשובות

3. א. $M(9,8)$ ב. $y_A = 12$ ג. $B(3,16)$ ד. (1) $m_{MA} = -1\frac{1}{3}$ (2) $y = \frac{3}{4}x + 7\frac{1}{2}$ ה. 15 (יחידות אורך)

4. א. $x \neq 0$ ב. $\max(-4, -32)$, $\min(4, 0)$ ג. 1 ד. (1) נכון (2) נכון



5. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + 4$

ונתון הישר שמשוואתו היא $y = -2x + 12$.

הישר חותך את ציר x בנקודה A .

נקודה B שברביע הראשון היא אחת

מנקודות החיתוך של הפונקציה והישר.

א. מצא את שיעורי הנקודה A .

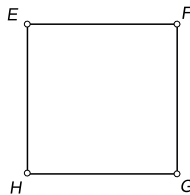
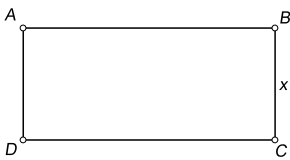
ב. מצא את שיעורי הנקודה B .

ג. חשב את השטח האפור שבסרטוט:

השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה,

על-ידי הישר, על-ידי ציר x ועל-ידי ציר y .

6. בסרטוט מתוארים מלבן $ABCD$ וריבוע $EFGH$.



נסמן ב- x את אורך הצלע BC .

נתון: אורך הצלע DC גדול ב- 5 מאורך הצלע BC .

א. (1) הבע באמצעות x את אורך הצלע DC .

(2) הבע באמצעות x את שטח המלבן $ABCD$.

סכום אורכי הצלעות BC ו- EH הוא 16 .

ב. לפניך שלושה ביטויים. בחר את הביטוי המתאים לאורך צלע הריבוע $EFGH$.

(1) $x + 16$ (2) $x - 16$ (3) $16 - x$

ג. מצא את ערכו של x שעבורו סכום השטחים של המלבן והריבוע הוא מינימלי.

בהצלחה

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל

אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך, התרבות והספורט

תשובות

5. א. $A(6, 0)$ ב. $B(2, 8)$ ג. $S = 26\frac{2}{3}$ (יחידות ריבועיות)

6. א. (1) $DC = x + 5$ (2) $S_{ABCD} = x^2 + 5x$ ב. (3) ג. $x = 6\frac{3}{4}$

פתרון מבחן 70

1. א. (1)-(2) x - מחיר מאפה, y - מחיר בקבוק שתיה

(I) $x + 5y = 88 \quad / - 5y \Rightarrow x = 88 - 5y$

(II) $6x + 10y = 320 \Rightarrow 6(88 - 5y) + 10y = 320 \Rightarrow 528 - 30y + 10y = 320 \quad / - 528$

$-20y = -208 \quad / : (-20) \Rightarrow y = 10.4_{sh} \Rightarrow x = 88 - 5 \cdot 10.4 \Rightarrow x = 36_{sh}$
 שניה מאפה

ב. לאחר ההנחה של 20% היה מחיר המאפה 80% ממחירו שלפני הנחה, כלומר 28.8 ש' $36 \cdot \frac{80}{100} = 28.8$

נסמן ב־ z את מספר המאפים שהזמינה המשפחה.

$28.8 \cdot z + 10.4 \cdot 13 = 336.8 \Rightarrow 28.8 z + 135.2 = 336.8 \quad / - 135.2$

$28.8 z = 201.6 \quad / : 28.8 \Rightarrow z = 7$ (מאפים)

ג. המשפחה שילמה דמי שירות בסך 53.2 ש' $390 - 336.8 = 53.2$. דמי ההזמנה היו 336.8 ש'.

לכן דמי השירות יחסית לדמי ההזמנה, באחוזים הוא $\frac{53.2}{336.8} \cdot 100 = 15.8\%$

א. C: $y = 0 \Rightarrow 5x - 50 = 0 \quad / + 50$

$5x = 50 \quad / : 5 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow C(10, 0)$

ב. $m_{AC} = 5, BC \perp AC \Rightarrow m_{BC} = -\frac{1}{5}$

$C(10, 0) \Rightarrow y - 0 = -\frac{1}{5}(x - 10)$

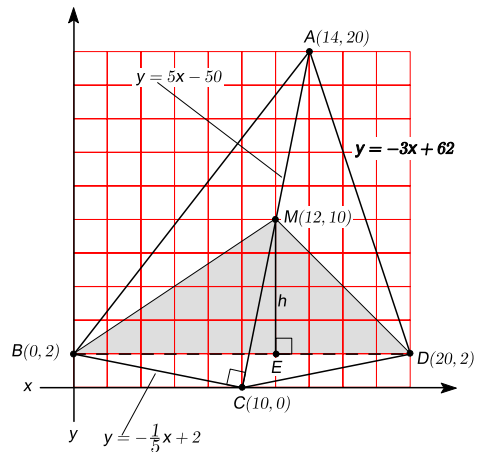
$\Rightarrow y = -\frac{1}{5}x + 2$

$5x - 50 = -3x + 62 \quad / + 3x$

$8x - 50 = 62 \quad / + 50$

$8x = 112 \Rightarrow x = 14$

$y = 5 \cdot 14 - 50 = 20 \Rightarrow A(14, 20)$



ד. B: $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{1}{5} \cdot 0 + 2 = 2 \Rightarrow B(0, 2)$

ד. D: $y_D = y_B = 2 \Rightarrow -3x + 62 = 2 \quad / - 62$

$-3x = -60 \quad / : (-3) \Rightarrow x = 20 \Rightarrow D(20, 2)$

ה. $AM = MC \Rightarrow M(\frac{10+14}{2}, \frac{0+20}{2}) \Rightarrow M(12, 10)$

$BD = x_D - x_B = 20 - 0 = 20, h = ME = y_M - y_E = 10 - 2 = 8$

$S_{\triangle BMD} = \frac{BD \cdot h}{2} = \frac{20 \cdot 8}{2} \Rightarrow S_{\triangle BMD} = 80$ (יחידות ריבועיות)

$$(x-9)^2 + (y-8)^2 = 25 \Rightarrow M(9,8)$$

$$x=6 \Rightarrow (6-9)^2 + (y-8)^2 = 25$$

$$9 + (y-8)^2 = 25 \Rightarrow (y-8)^2 = 16$$

$$y-8 = \pm 4 \Rightarrow y_1 = 12, y_2 = 4$$

$$y_A > 8 \Rightarrow y = 12 \Rightarrow y_A = 12$$

$$\frac{x_B + x_M}{2} = x_A \Rightarrow \frac{x_B + 9}{2} = 6 \Rightarrow x_B = 3$$

$$\frac{y_B + y_M}{2} = y_A \Rightarrow \frac{y_B + 8}{2} = 12 \Rightarrow y_B = 16 \Rightarrow B(3,16)$$

$$m_{MA} = \frac{12-8}{6-9} = \frac{4}{-3} \Rightarrow m_{MA} = -1\frac{1}{3}$$

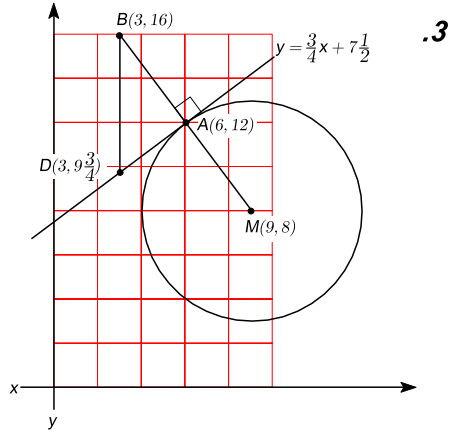
$$AD \perp MA \Rightarrow m_{AD} = \frac{3}{4}, A(6,12) \Rightarrow y-12 = \frac{3}{4}(x-6)$$

$$\Rightarrow y-12 = \frac{3}{4}x - 4\frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + 7\frac{1}{2}$$

$$D: x_D = x_B = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{4} \cdot 3 + 7\frac{1}{2} = 9\frac{3}{4} \Rightarrow D(3, 9\frac{3}{4})$$

$$BD = y_B - y_D = 16 - 9\frac{3}{4} = 6\frac{1}{4}, DA = \sqrt{(6-3)^2 + (12 - 9\frac{3}{4})^2} = 3\frac{3}{4}$$

$$AB = \sqrt{(3-6)^2 + (16-12)^2} = 5 \Rightarrow 6\frac{1}{4} + 3\frac{3}{4} + 5 = 15 \text{ (יחידות אורך)}$$



(1) .7

(2)

.ה

.א .4

$$f(x) = 2x + \frac{32}{x} - 16, \frac{32}{x} \Rightarrow x \neq 0$$

.ב

$$f'(x) = 2 - \frac{32}{x^2} \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow \frac{32}{x^2} = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{32}{2} = 16 \Rightarrow x = \pm 4$$

x		-4		0		4	
f'	+	0	-	∅	-	0	+
f	↗	max	↘	∅	↘	min	↗

$$f(4) = 8 + 8 - 16 = 0$$

$$f(-4) = -8 - 8 - 16 = -32$$

$$\Rightarrow \text{max}(-4, -32)$$

$$\Rightarrow \text{min}(4, 0)$$

.ג. מינימום ב־ (4,0), מקסימום ב־ (-4, -32) - מתאים רק לגרף 1.

$$\text{נכון.} \leftarrow m(2) = f'(2) = 2 - \frac{32}{4} = 2 - 8 = -6 \quad (1)$$

$$\text{נכון.} \leftarrow m(-2) = f'(-2) = 2 - \frac{32}{4} = 2 - 8 = -6 \quad (2)$$

$$f(x) = x^2 + 4, \quad y = -2x + 12$$

א.

$$A: y = 0 \Rightarrow -2x + 12 = 0 \quad / -12$$

$$-2x = -12 \quad / : (-2) \Rightarrow x = 6 \Rightarrow A(6, 0)$$

ב.

$$x^2 + 4 = -2x + 12 \quad / + 2x - 12$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4 \cdot 8}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$$

$$x_1 = \frac{4}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{-8}{2} = -4$$

$$x_B > 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = -2 \cdot 2 + 12 = 8 \Rightarrow B(2, 8)$$

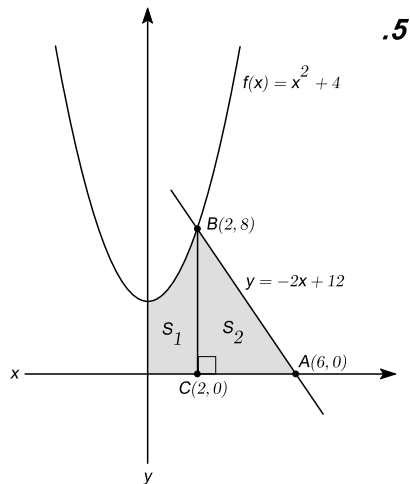
ג.

$$S_1 = \int_0^2 (x^2 + 4) dx = \left(\frac{x^3}{3} + 4x \right) \Big|_0^2 = \left(\frac{8}{3} + 8 \right) - 0 = 10\frac{2}{3}$$

$$C(2, 0) \Rightarrow CA = x_A - x_C = 6 - 2 = 4, \quad BC = y_B = 8$$

$$S_2 = S_{\triangle ACB} = \frac{BC \cdot CA}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$$

$$S = S_1 + S_2 = 10\frac{2}{3} + 16 \Rightarrow S = 26\frac{2}{3} \quad (\text{יחידות ריבועיות})$$



5.

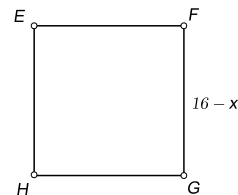
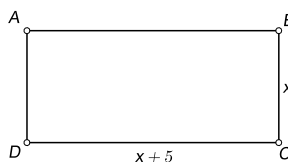
א. (1)

$$BC = x \Rightarrow DC = x + 5$$

(2)

$$S_{ABCD} = BC \cdot CD = x(x + 5)$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = x^2 + 5x$$



6.

$$BC + EH = 16 \Rightarrow x + EH = 16 \Rightarrow EH = 16 - x \Rightarrow (3)$$

ב.

$$S_{ABCD} + S_{EFGH} = x^2 + 5x + (16 - x)^2$$

$$S(x) = x^2 + 5x + 256 - 32x + x^2 = 2x^2 - 27x + 256$$

$$S'(x) = 4x - 27 \stackrel{?}{=} 0 \Rightarrow 4x = 27 \quad / : 4 \Rightarrow x = 6\frac{3}{4}$$

$$S''(x) = (4x - 27)' = 4 \Rightarrow S''(6\frac{3}{4}) = 4 > 0 \Rightarrow \min (\checkmark) \Rightarrow x = 6\frac{3}{4}$$

ג.

נוסחאות בגרות רשמי - 3 יחידות

אלגברה

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ - נוסחאות הכפל המקוצר:

$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$

$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ - משוואה ריבועית:

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ שורשי המשוואה הריבועית:

- גאומטריה אנליטית:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ שיפוע m של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) :

$y - y_1 = m(x - x_1)$ משוואת ישר $y = mx + b$ העובר בנקודה (x_1, y_1) :

נקודת אמצע M של קטע שקצותיו הם

$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$ ו- $A(x_1, y_1)$ מקיימת $B(x_2, y_2)$:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$:

הישרים $y = m_1x + b_1$ ו- $y = m_2x + b_2$ מאונכים זה לזה אם ורק אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ משוואת מעגל שמרכזו (a, b) , ורדיוסו R :

- סדרות:

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	
$a_1 = a, a_{n+1} = a_n \cdot q$	$a_1 = a, a_{n+1} = a_n + d$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n -י:
$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$ $S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + d \cdot (n-1)]}{2}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:

חוקות: $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x, \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}, (a^x)^y = a^{x \cdot y}, \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

גידול ודעיכה: q - שיעור הגידול (או הדעיכה) ליחידת זמן, t - פרק הזמן

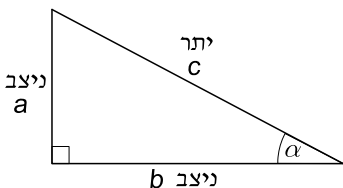
$M_t = M_0 \cdot q^t$

טריגונומטריה וגאומטריה

- פונקציות טריגונומטריות במשולש ישר-זווית:

$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \cos \alpha = \frac{b}{c}, \tan \alpha = \frac{a}{b}$

- משפט פיתגורס: $a^2 + b^2 = c^2$



- צורות במישור: שטח משולש: $S = \frac{\text{צלע} \cdot \text{גובה לאותה צלע}}{2}$

שטח משולש: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin \alpha$ (היא הזווית הכלואה בין b ל- c)

שטח מקבילית: $S = a \cdot h$ (הגובה לצלע a)

שטח טרפז: $S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$ (a, b - בסיסי הטרפז, h - גובה)

שטח עיגול: $S = \pi \cdot R^2$ (R - רדיוס העיגול)

היקף מעגל: $L = 2\pi \cdot R$ (R - רדיוס העיגול)

- גופים במרחב: מנסרה ישרה וגליל: נפח: $V = B \cdot h$ (B - שטח הבסיס, h - גובה הגוף)

שטח מעטפת: $M = P \cdot h$ (P - היקף הבסיס, h - גובה הגוף)

פירמידה: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B - שטח הבסיס, h - גובה הגוף)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

- נגזרות: $(x^n)' = nx^{n-1}$, $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $(\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$

נגזרת של מכפלת פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

- אינטגרלים: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$, ($n \neq -1$)

סטטיסטיקה והסתברות

- ממוצע: $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{N}$

כאשר: f_1, f_2, \dots, f_n הן השכיחויות של x_1, x_2, \dots, x_n בהתאמה, $N = f_1 + f_2 + \dots + f_n$

- סטית תקן: $S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \cdot f_n}{N}}$

- הסתברויות - הסתברות של A או B : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

הסתברות של A וגם B (A ו- B בלתי תלויים): $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

הסתברות המאורע המשלים ל- A : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

גרף ההתפלגות הנורמלית

