

יניב סופן

אלי מיטב

מתמטיקה

ספר תרגול לשאלון 803

מעודכן לקיץ תשע"ב

מהדורה ראשונה

14 מבחני בגרות

בעיות מילוליות

גאומטריה אנליטית

חשבון דיפרנציאלי

חשבון אינטגרלי

הוצאת שורש

הוצאת שורש - אלי מיטב

052-2671210

email: elmtv@017.net.il

web: <http://www.shoresh1.co.il>

© כל הזכויות שמורות למחברים

אין לצלם מספר זה ללא אישור מהמחבר
צילום מספר זה ללא אישור הינו עבירה על החוק
(וזה גם לא הוגן)

הקדמה

ספר זה הינו ספר תרגול במתמטיקה לשאלון 803. הוא אינו ספר לימוד. הוא ספר המשך לספר התרגול לשאלונים 801-802 שיצא כבר בהוצאת שורש, ומבוסס על ספר הלימוד לשאלון 003 שיצא בהוצאת שורש בעבר. בספר תרגילים המותאמים לחומר הנלמד בשאלון זה ולרמתו. כל הנוסחאות הרלוונטיות לפרקים השונים מובאות במקומות הרלוונטיים. בחלק מהמקומות מובאות דוגמאות והסבר תמציתי. אותן דוגמאות וההסברים הנלווים אינם תחליף להסבר מקיף ומעמיק יותר שהמורה אמור להשלים.

עידכונים ותיקונים לספר יופיעו באופן שוטף באתר ההוצאה באינטרנט בעמוד האינפורמטיבי של ספר זה. העידכונים יופיעו כקובץ הורדה בפורמט PDF. באותו מקום גם ניתן יהיה להוריד את מבחני הבגרות שיופיעו במשך השנה עם התשובות הסופיות.

חלק משאלות הבגרויות שבספר עברו שינויים מינוריים, על מנת להתאימן לתכנית הלימודים הנוכחית (לדוגמה: $2\sqrt{x}$ במקום: $\sqrt{4x}$). את שאלות הבגרות משאלון 003 שיבצעו בסיום כל פרק לצורך רגול מסכם של אותו פרק.

את הספר ערך והתאים יניב סופן. את כל עבודת הֶסָר, הגרפיקה ועיצוב הספר ערך אלי מיטב, למעט ביצוע גרפי של הכריכה.

שאלות והערות יש להפנות ליניב סופן ברואל: ysofen@gmail.com.

ג ה 3 / n ה

א'י א'טב יניב סופן

תוכן

בעיות מילוליות

- 3 _____ קניה ומכירה (ללא אחוזים)
- 9 _____ אחוזים
- 10 _____ קניה ומכירה (באחוזים)
- 18 _____ תנועה
- 18 _____ גופים הנעים בכיוונים מנוגדים
- 22 _____ גופים הנעים מאותו מקום בכיוונים מנוגדים
- 22 _____ גופים הנעים מאותו מקום ובאותו כיוון
- 25 _____ גופים הנעים באותו כיוון משני מקומות שונים
- 26 _____ חלוקה לקטעים
- 28 _____ גופים הנעים עם הזרם ונגדו
- 29 _____ שימוש במשפט פתגורס
- 30 _____ בעיות תנועה באחוזים
- _____ גאומטרית המישור
- 37 _____ ריבוע ומלבן
- 43 _____ משולש
- 49 _____ מעגל ועיגול
- _____ גאומטרית המרחב
- 54 _____ מנסרות ישרות
- 56 _____ - תיבה
- 58 _____ - מנסרה משולשת
- 60 _____ גליל

גאומטריה אנליטית

הקו הישר

- 69 _____ הקו הישר ושיפועו
- 75 _____ ישרים מקבילים
- 75 _____ ישרים מאונכים
- 79 _____ אמצע קטע
- 81 _____ מרחק בין שתי נקודות

מעגל

- 93 _____ המעגל הקנוני
- 96 _____ המעגל הכללי
- משיק למעגל בנקודה שעליו
- 108 _____ מעגל קנוני
- 110 _____ מעגל כללי

חשבון דיפרנציאלי

- 119 _____ נגזרת של פולינום
- 125 _____ נגזרת של מכפלת פונקציות
- 126 _____ משוואת המשיק לפונקציה
- 128 _____ תחומי עליה וירידה / נקודות קיצון של הפולינום
- 131 _____ נגזרת שניה
- 132 _____ מציאת נקודות קיצון בעזרת הנגזרת השניה
- 134 _____ נקודות קיצון עם פרמטרים
- 136 _____ נקודות קיצון מוחלטות בתחום סגור
- 138 _____ חקירת פונקצית הפולינום
($y = \frac{1}{x}$) הפונקציה הרציונלית
- 144 _____ נגזרת
- 146 _____ משוואת המשיק
- 147 _____ נקודות קיצון
- 148 _____ חקירה
פונקצית השורש הריבועי
- 160 _____ נגזרת
- 163 _____ משוואת המשיק
- 164 _____ נקודות קיצון
- 165 _____ חקירה
בעיות ערך קיצון
פולינום
- 169 _____ מספרים
- 175 _____ גאומטרית המישור
גאומטרית המרחב
- 182 _____ תיבה
- 185 _____ גליל ישר
- 187 _____ גרפים
הפונקציה הרציונלית $y = \frac{a}{f(x)}$
- 194 _____ מספרים
- 196 _____ גאומטרית המישור
- 200 _____ גאומטרית המרחב
- 202 _____ גרפים

חשבון אינטגרלי

207	האינטגרל הלא מסוים
208	אינטגרל של קבוע
208	אינטגרל של פונקצית החזקה $y = x^n$
208	משפטי האינטגרלים (סכום וכפל בקבוע)
210	אימות אינטגרלים ע"י גזירה
211	מציאת הפונקציה על פי נגזרת ותנאי התחלה
217	האינטגרל המסוים
218	חישוב שטחים בעזרת האינטגרל המסוים
223	שטחים מתחת לציר x
228	שטחים מורכבים
230	שטחים הכלואים בין שתי פונקציות
234	שטחים בין משיקים לפונקציות

נספחים

מבחני בגרות

249	1 - חורף תשס"ט - 2009
251	2 - קיץ תשס"ט - 2009 - מועד א
253	3 - קיץ תשס"ט - 2009 - מועד ב
255	4 - חורף תש"ע - 2010
257	5 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד א
260	6 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד ב
262	7 - קיץ תש"ע - 2010 - מועד מיוחד (חצב־ברק)
264	8 - קיץ תש"ע - 21010 - מועד א (המבחן הגנז)
266	9 - חורף תשע"א - 2011
268	10 - קיץ תשע"א - 2011 - מועד א
270	11 - קיץ תשע"א - 2011 - מועד ב
273	12 - קיץ תשע"א - 2011 - מועד מיוחד (חצב־ברק)
276	13 - חורף תשע"ב - 2012
279	14 - קיץ תשע"ב - 2012 - מועד א
281	נוסתאות מבחן הבגרות לשאלון 003

בעיות מילוליות

בציות - קניה ואכירה (k/l אחזקים)

1. המחיר של 3 ק"ג תפוחים ו-4 ק"ג אפרסקים הוא 29 ש'.
מחירים של 7 ק"ג תפוחים ו-2 ק"ג אפרסקים הוא 31 ש'.
מה מחירו של ק"ג תפוחים ומה מחירו של ק"ג אפרסקים?
2. המחיר של שתי עוגות גבינה ו-3 עוגות שמנת הוא 80 ש'.
המחיר של 4 עוגות גבינה ו-5 עוגות שמנת הוא 138 ש'.
מה המחיר של עוגת גבינה אחת ומה מחירה של עוגת שמנת אחת?
3. המחיר של 4 ק"ג קישואים ו-7 ק"ג גזר הוא 29 ש'.
מחירים של 5 ק"ג קישואים ו-3 ק"ג גזר הוא 19 ש'.
מהו מחירם של 6 ק"ג קישואים ו-2 ק"ג גזר?
4. אייל קנה 5 מחברות ו-4 דפדפות ושילם 7 ש'. קרן קנתה 4 מחברות ו-3 דפדפות, ושילמה 5.5 ש'. גיל קנה 3 מחברות ו-2 דפדפות. כמה שילם גיל?
5. מחירים של 4 חפיסות מרגרינה ו-2 חפיסות חמאה 22 ש'.
מחירים של 20 חפיסות מרגרינה שווה למחיר של 12 חפיסות חמאה.
מהו מחירה של חפיסת מרגרינה, ומהו מחירה של חפיסת חמאה?
6. עבור 5 תרנגולות ו-8 אווזים שילמו 188 ש'.
מחירן של 4 תרנגולות שווה למחירים של 3 אווזים.
מה מחירה של תרנגולת, ומהו מחירו של אווז?
7. מחירים של 5 ארטיקים ו-9 גביעי גלידה הוא 64 ש'.
מחירים של 3 גביעי גלידה גבוה ב-10 ש' ממחירים של 4 ארטיקים.
מהו מחירו של ארטיק, ומהו מחירו של גביע גלידה?

תשובות

1. תפוחים: 3 ש', אפרסקים: 5 ש' 3. 18 ש' 5. מרגרינה: 3 ש', חמאה: 5 ש'
2. גבינה: 7 ש', שמנת: 22 ש' 4. 4 ש' 6. תרנגולת: 12 ש', אווז: 16 ש'
7. ארטיק: 2 ש', גלידה: 6 ש'

8. מחירים של 3 ק"ג עגבניות ו-5 ק"ג מלפפונים (ביחד) הוא 25 ש'. מחירים של 2 ק"ג מלפפונים נמוך ב-3 ש' ממחירים של 4 ק"ג עגבניות. מהו מחירו של ק"ג עגבניות, ומהו מחירו של ק"ג מלפפונים ?
9. מחיר כניסה לבריכה הוא 15 ש' למבוגר ו-10 ש' לילד. קבוצה של 20 נופשים נכנסה לבריכה ושילמה בסך הכל 235 ש'. כמה מבוגרים וכמה ילדים בקבוצה ?
10. מחיר כניסה למבקר במוזיאון הוא 14 ש' למבוגר ו-9 ש' לילד. קבוצה של 15 מבקרים שילמה בסך הכל 160 ש' דמי כניסה. כמה מבוגרים וכמה ילדים היו בקבוצה ?
11. סוחר קנה כריות במחיר כולל של 240 ש'. לוי מחיר כרית היה גבוה ב-5 ש', אזי באותו סכום הוא יכל לקנות 8 כריות פחות. כמה כריות קנה הסוחר, ומה היה מחיר כרית ?
12. שיפוצניק קנה מרצפות שיש במחיר כולל של 336 ש'. לאחר שבוע הוזל מחיר של מרצפת שיש ב-14 שקלים. השיפוצניק קנה שוב באותו סכום 32 מרצפות יותר מאשר בשבוע שלפני ההוזלה. כמה מרצפות הוא קנה בשבוע הראשון, ומה היה מחיר מרצפת ?
13. סוחר קנה בקבוקי יין במחיר כולל של 120 ש'. לוי מחיר בקבוק היה יקר ב-4 ש', אזי מספר הבקבוקים שהוא היה יכול לקנות ב-56 ש' היה קטן ב-8 ממספר הבקבוקים שהוא קנה. כמה בקבוקים הוא קנה, ומה היה מחיר בקבוק ?

פרדוקס: בבקשה התעלם מהודעה זו.

תשובות

8. עגבניות: 2.5 ש', מלפפונים: 3.5 ש'
9. 7 מבוגרים ו-13 ילדים
10. 5 מבוגרים ו-10 ילדים
11. 24 כריות, 10 ש' לכרית
12. 16 מרצפות, 21 ש' למרצפת
13. 12 בקבוקים, 10 ש' לבקבוק

- 23.** לאחר שמוצר הוזל והתייקר באותו אחוז השתנה מחירו מ-500 ש' ל-480 ש'. מצא מה היה אחוז ההתייקרות וההוזלה.
- 24.** לאחר שמוצר התייקר והוזל באותו אחוז השתנה מחירו מ-480 ש' ל-421.2 ש'. מצא מה היה אחוז ההתייקרות וההוזלה.
- 25.** מחיר מוצר א' גבוה ממחיר מוצר ב' ב-25%. בכמה אחוזים נמוך מוצר ב' ממוצר א'?
- 26.** מחיר מוצר א' גבוה ממחיר מוצר ב' ב-20%. בכמה אחוזים נמוך מוצר ב' ממוצר א'?
- 27.** מחיר מוצר א' נמוך ממחיר מוצר ב' ב-20%. בכמה אחוזים גבוה מוצר ב' ממוצר א'?
- 28.** מחיר מוצר א' נמוך ממחיר מוצר ב' ב-80%. בכמה אחוזים גבוה מוצר ב' ממוצר א'?
- 29.** מוצר שמחירו 100 ש' הוזל פעמיים. אחוז ההוזלה השניה היה גדול ב-20% מאחוז ההוזלה הראשונה. לאחר שתי ההוזלות היה מחירו 55.25 ש'. מצא את שיעור ההוזלה הראשונה.
- 30.** מוצר שמחירו 500 ש' הוזל פעמיים. אחוז ההוזלה השניה היה גדול ב-12% מאחוז ההוזלה הראשונה. מחיר המוצר לאחר שתי ההוזלות היה 272 ש'. מצא את שיעור ההוזלה השניה.
- 31.** מוצר, שמחירו 240 ש', הוזל באחוז מסוים. אח"כ התייקר ב-4 ש', ואח"כ הוזל שוב באחוז ההוזלה הראשון. מחירו לאחר שתי ההוזלות וההתייקרות היה 198 ש'. מצא את אחוז ההוזלה.



תשובות

15%	.29	16 $\frac{2}{3}$ %	.26	20%	.23
32%	.30	25%	.27	35%	.24
10%	.31	400%	.28	20%	.25

- 32.** מוצר, שמחירו 360 ש', התייקר באחוז מסוים.
אח"כ התייקר ב-36 ש', ואח"כ הוזל שוב באחוז ההתייקרות הראשון.
מחירו לאחר ההתייקרות וההוזלה היה 324 ש'.
מצא את אחוז ההוזלה.
- 33.** מחירים של 4 מגבות קטנות ו-3 מגבות גדולות הוא 60.8 ש'.
מחיר מגבת גדולה גבוה ב-20% ממחיר מגבת קטנה. מצא את מחיר המגבת הגדולה.
- 34.** מחיר ק"ג עגבניות רגילות נמוך ב-20% ממחיר ק"ג עגבניות שרי.
5 ק"ג עגבניות שרי ו-2 ק"ג עגבניות רגילות עולות 79.2 ש'.
מצא את מחירו של ק"ג עגבניות שרי.
- 35.** כרטיס הפלגה במחלקה ראשונה גבוה ב-80% ממחירו במחלקה שניה.
כרטיס במחלקה שלישית נמוך ב-40% ממחירו במחלקה השניה.
מחירים של 7 כרטיסים במחלקה הראשונה, 8 בשניה, ו-4 בשלישית הוא 828 ש'.
מצא את מחירו של כרטיס הפלגה במחלקה השלישית.
- 36.** מחיר 4 ק"ג אנוס ו-3 ק"ג דובדבנים הוא 56 ש'.
מחיר האנוס התייקר ב-20% ומחיר הדובדבן הוזל ב-20%.
לאחר שינויים אלו, היה מחירים של 5 ק"ג אנוס ו-8 ק"ג דובדבנים 106.8 ש'.
מצא את מחיר הדובדבן לפני ההוזלה.
- 37.** מחירן של 7 מנות דגים ו-5 מנות בשר במסעדה הוא 106 ש'.
במסעדה סמוכה מגישים מנת דגים במחיר הנמוך ב-40%,
ואת הבשר במחיר הנמוך ב-70% מהמסעדה הראשונה.
במסעדה זו, היה מחירן של 4 מנות דגים ו-11 מנות בשר 52.2 ש'.
מצא את מחירה של מנת דגים במסעדה השניה.

תלנת

12 ש	36	12 ש	34	40%	32
4.8 ש	37	21.6 ש	35	9.6 ש	33

13. שתי מכוניות יוצאות זו לקראת זו באותו זמן משתי נקודות, שהמרחק ביניהן 800 ק"מ. מהירות המכונית האחת היא x קמ"ש.

מהירות המכונית השניה גדולה פי 1.5 ממהירות המכונית הראשונה.

א. מהו המרחק בין המכוניות שעתיים אחרי שיצאו לדרכן (כתוב תבנית מספר).

ב. מהו המרחק בין המכוניות t שעות אחרי שיצאו לדרכן (כתוב תבנית מספר).

ג. מצא את x אם נתון שהמרחק בין המכוניות כעבור 4 שעות הוא 200 ק"מ.

14. (בגרות - 3 יח' - קיץ תשמ"ה - 85)

משני מקומות שהמרחק ביניהם 184 ק"מ יוצאים זה לקראת זה שני רוכבי אופניים.

הראשון יוצא בשעה 7:00 במהירות של 32 קמ"ש.

השני יוצא בשעה 7:30 במהירות של 24 קמ"ש.

באיזו שעה ייפגשו שני הרוכבים?

15. (בגרות - 3 יח' - חורף תשל"ה - 75)

משני מקומות, A ו- B , יצאו בו־זמנית, זה לקראת זה, שני רוכבי אופנוע.

המרחק בין A ל- B הוא 660 ק"מ. כשהרוכב מ- A עבר 250 ק"מ, עבר הרוכב מ- B 200 ק"מ.

הרוכב מ- A הגיע ל- B שלוש שעות מוקדם יותר מאשר הרוכב מ- B הגיע ל- A .

מהן מהירויות שני הרוכבים?

16. (בגרות - 3 יח' - חורף תשמ"א - 81)

המרחק בין A ל- B הוא 30 ק"מ.

שני הולכי רגל א' ו-ב' יוצאים באותו הזמן מ- A ומ- B בהתאמה, והולכים זה כנגד זה.

הם חולפים זה על פני זה כעבור 3 שעות.

הולך א' מגיע ל- B שעתיים וחצי לפני שהולך ב' מגיע ל- A .

מהי מהירותו של הולך רגל א'?

תשובות

13. א. $(800 - 5x)$ km, ב. $(800 - 2.5tx)$ km, ג. 60 km/h

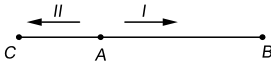
14. 10:30

16. 6 km/h

15. מ- A : 55 km/h, מ- B : 44 km/h

8. (קיץ תשס"ט - 2009, מועד א) רכבת עוברת כל יום מרחק של 500 ק"מ במהירות קבועה. יום אחד, לאחר שעברה 200 ק"מ במהירות הרגילה, חלה תקלה ברכבת, והיא עצרה ל- $\frac{1}{2}$ שעה כדי לתקן את התקלה. מיד לאחר מכן המשיכה הרכבת בדרכה.

היא עברה את שאר המרחק במהירות הגדולה פי 1.2 ממהירות הרגילה, והגיעה בזמן ליעדה. מצא את המהירות הרגילה של הרכבת.



9. (קיץ תשס"ט - 2009, מועד ב)

שני הולכי רגל יצאו באותה שעה מנקודה A.

הולך רגל I יצא אל נקודה B, והולך רגל II יצא בכיוון הנגדי אל נקודה C.

הולך רגל I הלך במהירות הגדולה פי 2 מהמהירות של הולך רגל II.

כעבור 4 שעות של הליכה היה המרחק בין שני הולכי הרגל 36 ק"מ.

א. מצא את המהירות של הולך רגל II, ואת המהירות של הולך רגל I.

ב. המרחק של נקודה B מ-A הוא 30 ק"מ.

(1) כעבור כמה זמן מרגע היציאה הגיע הולך רגל I לנקודה B?

(2) מצא באיזה מרחק מהנקודה A היה הולך רגל II, כאשר הגיע הולך רגל I לנקודה B.

10. (סתיו תש"ע - 2009, מועד לוחמים)

רכבת א' יצאה בשעה 08^{00} מתחנה A לתחנה B, ונסעה במהירות קבועה.

המרחק בין תחנה A לתחנה B הוא 120 ק"מ.

באותה שעה יצאה גם רכבת ב' מתחנה A לתחנה B, ונסעה באותה מהירות קבועה כמו זו של רכבת א'.

בדיוק באמצע הדרך עצרה רכבת ב' עצירה לא מתוכננת למשך 10 דקות.

לאחר מכן המשיכה רכבת ב' בנסיעתה, הגבירה את מהירות ב' 12 קמ"ש,

והגיעה לתחנה B באותו זמן שבו הגיעה רכבת א'.

א. מצא את המהירות של רכבת א'.

ב. באיזו שעה הגיעו הרכבות לתחנה B?

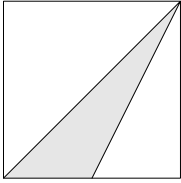
תשובות

8. 100 קמ"ש

9. א. $\underline{I}: 6_{\text{km/h}}$, $\underline{II}: 3_{\text{km/h}}$ ב. (1) 5 שעות (2) 15_{km}

10. א. $60_{\text{km/h}}$ ב. 10^{00}

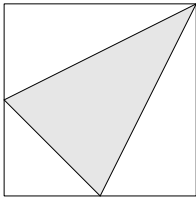
21. אורך צלע הריבוע שבציור הוא 12 ס"מ.



שנים מקודקודי המשולש המסומן נמצאים על קודקודי הריבוע, וקודקוד נוסף על אמצע צלע הריבוע.
חשב את:

א. שטח המשולש המסומן ב. היקף המשולש

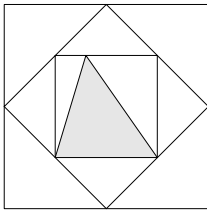
22. אורך צלע הריבוע שבציור הוא 24 ס"מ.



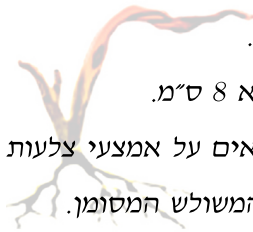
שני קודקודים של המשולש המסומן נמצאים על אמצעי שתיים מצלעות הריבוע, וקודקוד נוסף על אחד מקודקודי הריבוע.
חשב את:

א. שטח המשולש המסומן ב. היקף המשולש

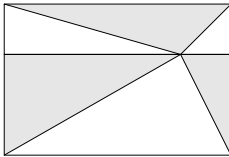
23. בציור 3 ריבועים, זה בתוך זה.



אורך צלע הריבוע החיצוני הוא 8 ס"מ.
קודקודי כל ריבוע פנימי נמצאים על אמצעי צלעות הריבוע החיצוני שלו. מצא את שטח המשולש המסומן.

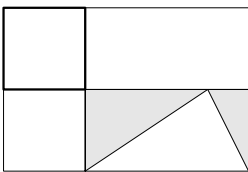


24. מימדי המלבן החיצוני שבציור הם $18\text{cm} \times 12\text{cm}$.



מצא את סכום השטחים הכהים המסומנים.

25. מימדי המלבן החיצוני שבציור הם $24\text{cm} \times 16\text{cm}$.



סכום השטחים הכהים הוא 64 סמ"ר.

מצא את אורך צלע הריבוע השמאלי העליון (מסומן בקו עבה).

תשובות

25. 8cm

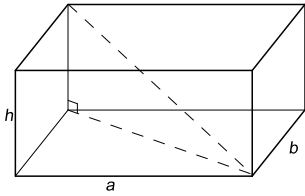
23. 8cm^2

21. א. 36cm^2 ב. 36.39cm

24. 108cm^2

22. א. 216cm^2 ב. 70.64cm

תיבה



1. בטבלה 3 נתונים אודות תיבה. חשב את הנתונים החסרים.

היעזר בציור משמאל.

	א.	ב.	ג.	ד.	ה.*	ו.	ז.	ח.	ט.*	י.
a (אורך בסיס)	4	9.45						3.2		
b (רוחב בסיס)	3	12.6	9			1.8				5
h (גובה התיבה)	12	8.4								
אלכסון בסיס			15	20		3	15	4		$5\sqrt{2}$
אלכסון תיבה			17	101		22.6	25	40.1		$5\sqrt{3}$
שטח מעטפת					672				800	
שטח פנים					768				928	
נפח				19,008	1152		2160		1600	

2. צלע אחת של בסיס תיבה קטנה ב-4 ס"מ מהצלע האחרת של הבסיס.

גובה התיבה שווה לצלע הארוכה של הבסיס. שטח הפנים של התיבה הוא 550 סמ"ר.

מהם מימדי התיבה ?

3. הגובה של תיבה ריבועית גדול ב-3 ס"מ מצלע הבסיס שלה.

שטח המעטפת הוא 280 סמ"ר.

חשב את: א. צלע בסיס התיבה ב. נפח התיבה

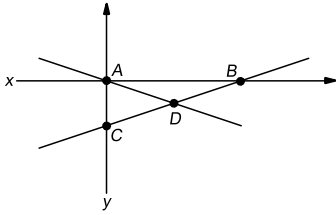
תשובות

1.

	א.	ב.	ג.	ד.	ה.	ו.	ז.	ח.	ט.	י.
a (אורך בסיס)	4	9.45	12	16	8	2.4	12	3.2	8	5
b (רוחב בסיס)	3	12.6	9	12	6	1.8	9	2.4	8	5
h (גובה התיבה)	12	8.4	8	99	24	22.4	20	39.9	25	5
אלכסון בסיס	5	15.75	15	20	10	3	15	4	11.31	$5\sqrt{2}$
אלכסון תיבה	13	17.85	17	101	26	22.6	25	40.1	27.44	$5\sqrt{3}$
שטח מעטפת	168	370.44	336	5544	672	188.16	840	446.88	800	100
שטח פנים	192	608.58	552	5928	768	196.8	1056	462.24	928	150
נפח	144	1000.19	864	19,008	1152	96.77	2160	306.43	1600	125

3. א. 7cm ב. 490 cm^3

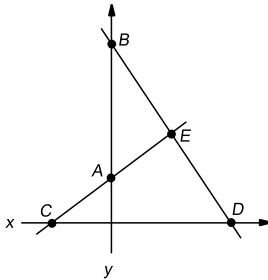
2. $11 \text{ cm} \times 7 \text{ cm} \times 11 \text{ cm}$



14. בציור מתוארים הקווים של הישרים:

$$y = -\frac{1}{3}x \text{ ו- } y = \frac{1}{3}x - 2$$

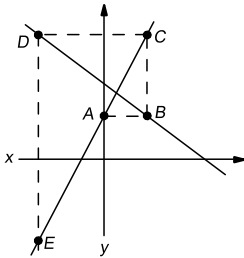
התאם בין המשוואות לקווים,
ומצא את שיעורי הנקודות המסומנות.



15. בציור מתוארים הקווים של הישרים:

$$3x + 2y - 24 = 0 \text{ ו- } 3x - 4y + 12 = 0$$

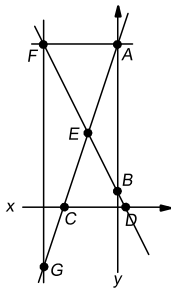
התאם בין המשוואות לקווים,
ומצא את שיעורי הנקודות המסומנות.



16. בציור מתוארים הקווים של הישרים:

$$y = -\frac{3}{4}x + 7 \text{ ו- } y = 2x + 4$$

מצא את שיעורי הנקודות המסומנות.



17. בציור מתוארים הקווים של הישרים:

$$y = -2x + 1 \text{ ו- } y = 3x + 11$$

הישר העובר דרך הנקודות A ו-F - מקביל לציר x,
הישר העובר דרך הנקודות F ו-G - מקביל לציר y.
מצא את שיעורי הנקודות המסומנות.

תשובות

14. $y_{AD} = -\frac{1}{3}x$, $y_{BC} = \frac{1}{3}x - 2$

$A(0, 0)$ $B(6, 0)$ $C(0, -2)$ $D(3, -1)$

15. $\underline{CE}: 3x - 4y + 12 = 0$, $\underline{BD}: 3x + 2y + 24 = 0$

$A(0, 3)$ $B(0, 12)$ $C(-4, 0)$ $D(8, 0)$ $E(4, 6)$

16. $A(0, 4)$ $B(4, 4)$ $C(4, 12)$ $D(-6\frac{2}{3}, 12)$ $E(-6\frac{2}{3}, -9\frac{1}{3})$

17. $A(0, 11)$ $B(0, 1)$ $C(-3\frac{2}{3}, 0)$ $D(\frac{1}{2}, 0)$ $E(-2, 5)$ $F(-5, 11)$ $G(-5, -4)$

41. נתונים קודקודי משולש $A(2, -2)$, $B(3, 5)$, $C(8, 0)$

א. מהי משוואת התיכון לצלע AC ?

ב. מהי משוואת הגובה לצלע AC ?

ג. איזה משולש הוא $\triangle ABC$?

42. נתונים קודקודי מרובע ABCD: $A(-6, 1)$, $B(-4, 5)$, $C(8, -1)$, $D(6, -5)$

א. הוכח כי המרובע הנתון הוא מלבן.

ב. האם הוא גם ריבוע ?

43. נתונים קודקודי מרובע: $A(-4, 4)$, $B(0, 6)$, $C(5, 1)$, $D(-3, -3)$

הוכח כי המרובע הוא טרפז שווה-שוקיים.

44. נתונים שני קודקודים סמוכים במעוין ABCD: $A(-6, -2)$, $B(1, 7)$

משוואת האלכסון AC היא $y = \frac{1}{3}x$

א. מהי משוואת האלכסון BD ?

ב. מהי נקודת המפגש של אלכסוני המעוין ?

ג. מהם שיעורי הקודקודים C ו-D ?



כפול את מספר התלמידים בכיתה ב-20. הוסף למספר שהתקבל 7. כפול את התוצאה ב-5. הוסף לתוצאה 79.
 הוסף לתוצאה את גילך. החסר מהתוצאה 114.
 חלקו השמאלי של המספר שהתקבל הוא מספר התלמידים בכיתה. חלקו הימני של המספר שהתקבל הוא גילך.

תשובות

41. א. $y = -3x + 14$ ב. $y = -3x + 14$

ג. משולש שווה-שוקיים: $AB = BC = \sqrt{50}$, $AC = \sqrt{40}$

42. א. $m_{AB} = m_{CD} = 2$, $m_{AD} = m_{BC} = -\frac{1}{2}$, $(-2) \cdot \frac{1}{2} = -1$ (✓)

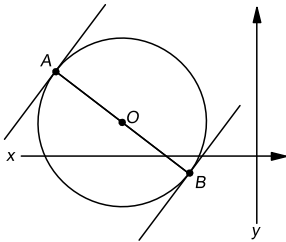
ב. לא: $(AB = \sqrt{20}) \neq (BC = \sqrt{180})$

43. טרפז $\Rightarrow (m_{BC} = -1) \neq (m_{DA} = -7)$, $BC \parallel DA$, $m_{AB} = m_{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB \parallel CD$

$BC = DA = \sqrt{50} \Rightarrow$ שווה-שוקיים

44. א. $y = -3x + 10$ ב. $(3, 1)$ ג. $C(12, 4)$, $D(5, -5)$

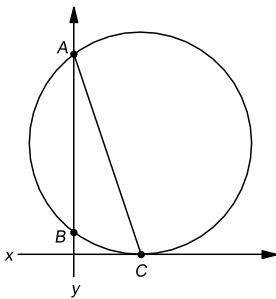
12. מצא את משוואות המשיקים למעגל $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$ בנקודות חיתוכו עם הישר $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.



13. בציור מתואר המעגל $(x + 8)^2 + (y - 2)^2 = 25$ למעגל שני משיקים מקבילים שהשיפוע שלהם הוא $\frac{1}{3}$.
א. מהי משוואת הקוטר העובר דרך נקודות ההשקה?
ב. מהן נקודות ההשקה?
ג. מהן משוואות המשיקים?

14. השאלה הקודמת, כאשר שיפוע המשיקים הוא -1 , ומשוואת המעגל היא $(x - 7)^2 + (y + 8)^2 = 8$.

15. המעגל $(x - 6)^2 + (y - 10)^2 = 100$ חותך את ציר y



בנקודות A ו-B, ומשיק לציר x בנקודה C.



א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

ג. מהו שטח המשולש ABC?

ד. מהו היקף המשולש ABC?

$$1380^2 + 19019^2 = 19069^2 \quad ; \quad S_{\Delta} = \frac{1380 \cdot 19019}{2} = 13,123,110$$

$$3059^2 + 8580^2 = 9109^2 \quad ; \quad S_{\Delta} = \frac{3059 \cdot 8580}{2} = 13,123,110$$

$$4485^2 + 5852^2 = 7373^2 \quad ; \quad S_{\Delta} = \frac{4485 \cdot 5852}{2} = 13,123,110$$

זוהי השלישייה הקטנה ביותר של משולשי פיתגורס בעלי שטח שווה

(ספר המספרים / דייוויד וולס - הוצאת מי-אן)

תשובות

12. $y = 1$, $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$

13. **א.** $y = -\frac{3}{4}x - 4$ **ב.** $A(-12, 5)$, $B(-4, -1)$ **ג.** $y_{(A)} = \frac{4}{3}x + 21$, $y_{(B)} = \frac{4}{3}x + \frac{13}{3}$

14. **א.** $y = x - 15$ **ב.** $A(9, -6)$, $B(5, -10)$ **ג.** $y_{(A)} = -x + 3$, $y_{(B)} = -x - 5$

15. **א.** $(0, 2)$, $(0, 18)$ **ב.** $C(6, 0)$ **ג.** 48 י"ר **ד.** 41.3 (יחידות אורך)

6. $y = -7x + 3$ 10. $y = 3x^2 - x^3$ 14. $y = -2x^3 - 9x^2 - 12x + 10$
 7. $y = x^3 - 12x$ 11. $y = 6x + 2x^3 - 1$ 15. $y = x^4 - 32x + 7$
 8. $y = 27x - x^3$ 12. $y = 6x - 2x^3 + 5$ 16. $y = 4x - x^4 + 11$
 9. $y = 8$ 13. $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 6$ 17. $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 5x$

תשובות

6.

x	$-\infty \dots \infty$
y'	-
y	\

אין

12.

x		-1		1	
y'	-	0	+	0	-
y	\	min	/	max	\

$(-1, 1)$ min ; $(1, 9)$ max

7.

x		-2		2	
y'	+	0	-	0	+
y	/	max	\	min	/

$(-2, 16)$ max ; $(2, -16)$ min

13.

x		-2		1	
y'	+	0	-	0	+
y	/	max	\	min	/

$(-2, 26)$ max ; $(1, -1)$ min

8.

x		-3		3	
y'	-	0	+	0	-
y	\	min	/	max	\

$(-3, -54)$ min ; $(3, 54)$ max

14.

x		-2		-1	
y'	-	0	+	0	-
y	\	min	/	max	\

$(-2, 14)$ min ; $(-1, 15)$ max

9.

x	$-\infty \dots \infty$
y'	0
y	→

אין. פונקציה קבועה

15.

x		2	
y'	-	0	+
y	\	min	/

$(2, -41)$ min

10.

x		0		2	
y'	-	0	+	0	-
y	\	min	/	max	\

$(0, 0)$ min ; $(2, 4)$ max

16.

x		1	
y'	+	0	-
y	/	max	\

$(1, 14)$ max

11.

x	$-\infty \dots \infty$
y'	+
y	/

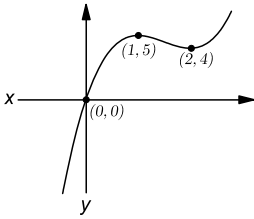
אין

17.

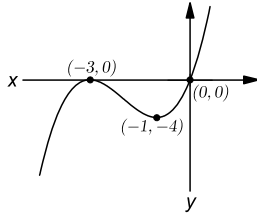
x	$-\infty \dots +\infty$
y'	+
y	/

אין

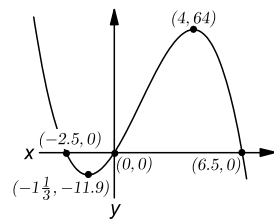
16.



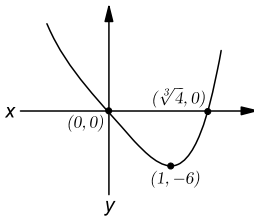
17.



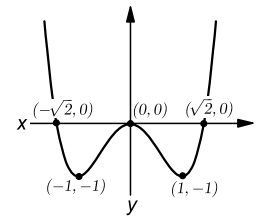
18.



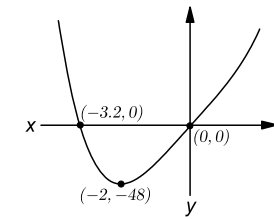
19.



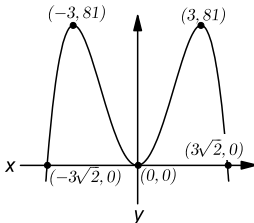
20.



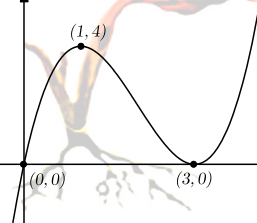
21.



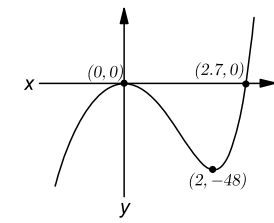
22.



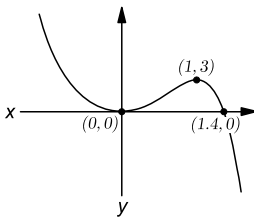
23.



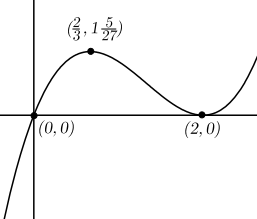
24.



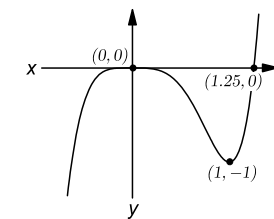
25.



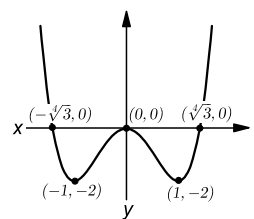
26.



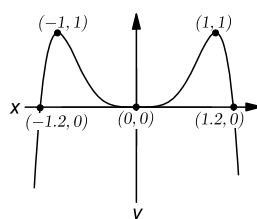
27.



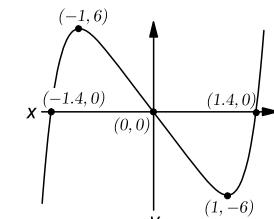
28.



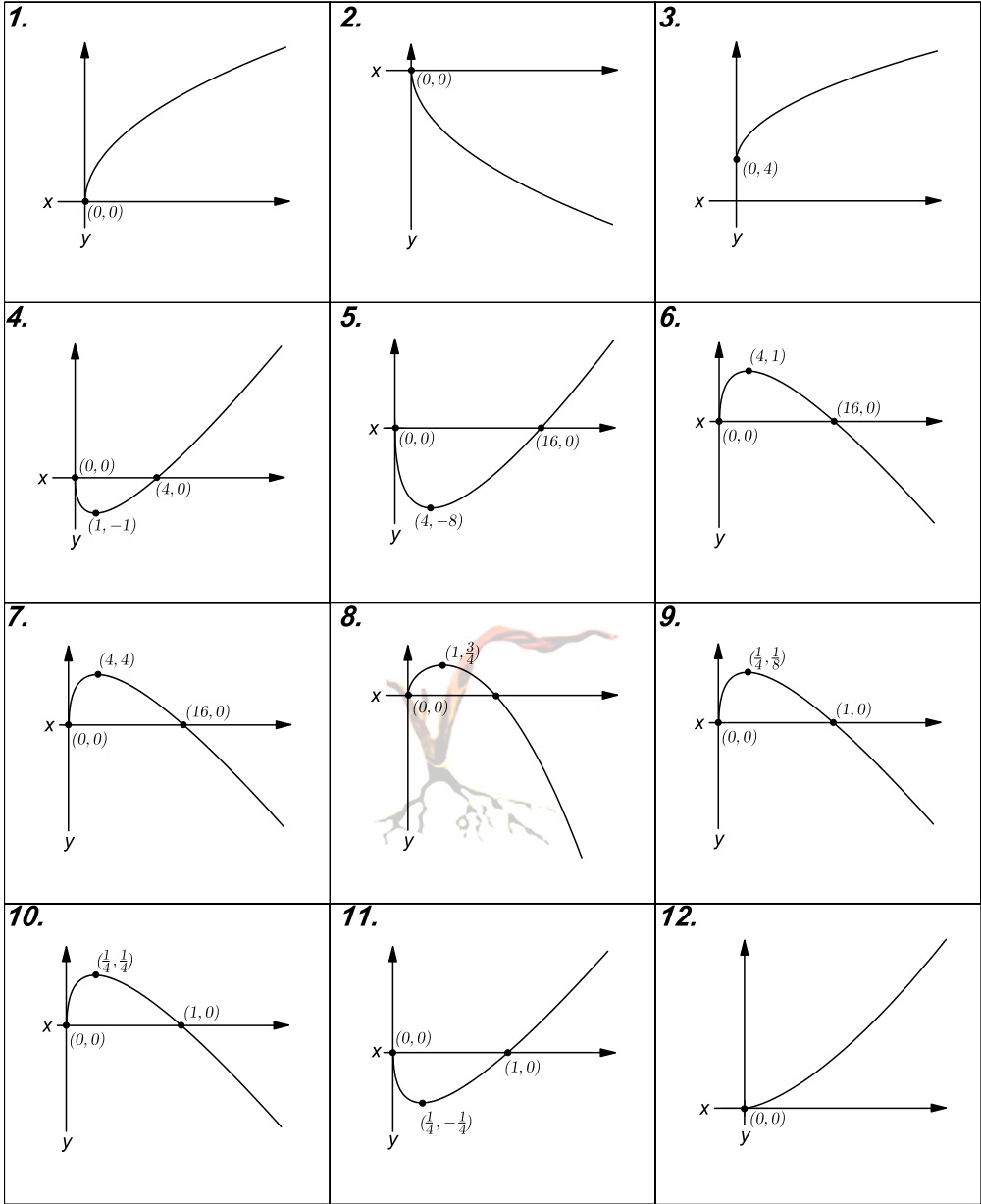
29.



30.



תולדות



מספרים משעשעים

$10^2 = 100$; $01^2 = 001$

$12^2 = 144$; $21^2 = 441$

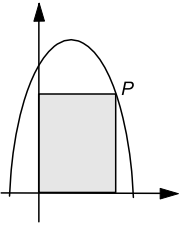
$13^2 = 169$; $31^2 = 961$

$122^2 = 14884$; $221^2 = 48841$

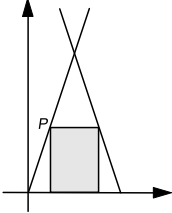
אם נהפוך את הספרות במספרים 10, 12, 13 ו-122,

ונעלה את המספר החדש בריבוע,

נקבל את ריבוע המספר המקורי בסדר ספרות הפוך:



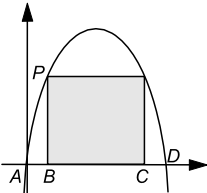
11. בציור מתואר גרף הפונקציה $y = -x^2 + 3x + 10$. הנקודה P נמצאת ברביע הראשון. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה P , על מנת שהיקף המלבן המסומן יהיה מקסימלי?



***12.** בציור מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$y = 3x \quad \text{ו} \quad y = -3x + 12$$

מה צריכים להיות שיעורי הנקודה P , על מנת ששטח המלבן הכהה יהיה מקסימלי?

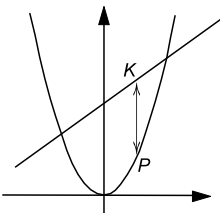


13. בציור מתואר גרף הפונקציה $y = -x^2 + 6x$

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה P ,

על מנת שהיקף המלבן הכהה יהיה מקסימלי?

ב. מהו ההיקף המקסימלי?



14. בציור מתוארים הגרפים של הפונקציות: $y = x^2$ ו- $y = x + 6$

PK מקביל לציר y .

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה P ,

על מנת שאורך הקו PK יהיה מקסימלי?

ב. מהו האורך המקסימלי של הקו PK ?

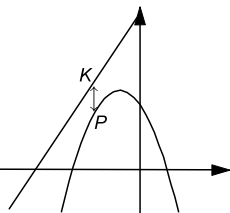
15. בציור מתוארים הגרפים של הפונקציות: $y = -x^2 - 2x + 4$ ו- $y = 2x + 10$

PK מקביל לציר y .

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה P ,

על מנת שאורך הקו PK יהיה מינימלי?

ב. מהו האורך המינימלי של הקו PK ?



תשובות

11. (2, 12)

13. (2, 8)

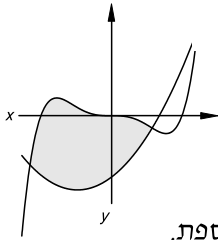
14. א. $P(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

15. א. $P(-2, 4)$

12. (1, 3)

ב. $6\frac{1}{4}$ (א')

ב. 2 (א')



12. בציור מתוארות הפונקציות

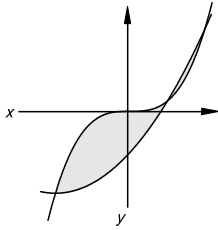
$$y = 3x^2 + 5x - 10 \text{ ו- } y = x^5 - 3x^3$$

א. הוכח כי הפונקציות נחתכות בנקודות $x = -2$ ו- $x = 1$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין הפונקציות (המסומן).

הערה: לפונקציות הנתונות יש שטח כלוא נוסף, ונקודת חיתוך נוספת.

התעלם מהם. התייחס לציור.

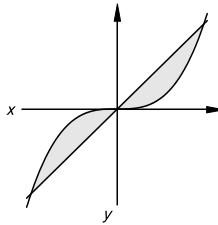


13. בציור מתוארות הפונקציות

$$y = x^2 + 4x - 4 \text{ ו- } y = x^3$$

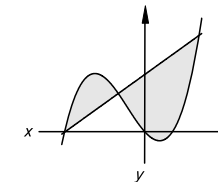
א. הוכח כי הפונקציות נחתכות בנקודות $x = \pm 2$ ו- $x = 1$.

ב. חשב את השטחים הכלואים ביניהן.



14. בציור מתוארים הגרפים של הפונקציות $y = 4x$ ו- $y = x^3$

חשב את השטחים הכלואים ביניהן.



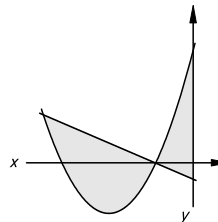
15. בציור מתוארים הגרפים של הפונקציות

$$y = 2x + 6 \text{ ו- } y = x^3 + 2x^2 - 3x$$

א. הוכח כי הפונקציות נחתכות בנקודות

$$x = 2 \text{ ו- } x = -3, x = -1$$

ב. חשב את השטחים הכלואים ביניהן.



16. בציור מתוארים הגרפים של הפונקציות

$$y = -x - 2 \text{ ו- } y = x^2 + 9x + 14$$

חשב את השטח המסומן.

תשובות

16. $50\frac{2}{3}$ יר

14. 8 יר

12. $29\frac{1}{4}$ יר

15. $21\frac{1}{12}$ יר

13. $11\frac{1}{4} + \frac{7}{12} = 11\frac{5}{6}$ יר